

**MARIE SOPHIE GERMAIN**



Marie Sophie Germain , unica donna matematica che  
includeremo nelle nostra “Storia”, è nata a Parigi il

1.4.1776 e morì il 27.6.1831 a 55 anni.

Le sue scoperte matematiche più importanti riguardano la geometria differenziale) (studi sulle vibrazioni delle superfici elastiche) e la teoria dei numeri (contributi all'ultimo teorema di Fermat); Il suo nome è rimasto nella storia con la sua "identità di Sophie Germain" :

$$x^4 + 4y^4 = (x^2 + 2y^2 + 2xy) \cdot (x^2 + 2y^2 - 2xy)$$

ma, per quanto riguarda i numeri primi, anche ai suoi "numeri di Sophie Germain :

$$S = 2p + 1$$

Solo quando sia S sia p sono entrambi numeri primi.

### *Nostri contributi*

Se p è di forma  $4k + 1$ , il numero di Mersenne  $2^p - 1$  non è primo, poiché i numeri di Sophie Germain sono

generati da  $p = 4k - 1 = 6k' - 1$ , con  $k' = k \times 1,5$ .

Per esempio:

$$p = 4 \times 3 - 1 = 6 \times 2 - 1 = 11; \quad 2^{11} - 1 = 2047 = 23 \times 89$$

(vedi Rif. 2) Qui notiamo brevemente che le coppie dei numeri primi di Sophie Germain fino ad  $N$  sono un po' più numerose delle coppie di numeri primi gemelli fino ad  $N$ , e che a loro volta sono un po' più numerose delle coppie di Goldbach per  $N$  pari, a di forma  $6k \pm 2$ ; poiché per  $N$  di forma  $6k$  il numero di coppie di Goldbach è circa il doppio che per i numeri pari vicini  $N = 6k \pm 2$ , per via della nostra relazione di Goldbach:

$$G(6k - 2) + G(6k + 2) \approx G(6k)$$

Quindi  $G(N)$  coppie di Goldbach ( $p + q = N$  pari di forma  $6k \pm 2$ ),  $g(N)$  coppie di numeri primi gemelli  $p + 2 = q$  ed  $S(N)$  coppie di numeri primi di Sophie Germain  $p$  ed  $S = 2p + 1$ , sono quantitativamente connessi dalla formula:

$$G(N) < g(N) < S(N)$$

Con la comune formula di base

$$G(N) \approx N/(\ln N)^2; \quad g(N) \approx N/(\ln N)^2; \quad S(N) \approx N/(\ln N)^2$$

Ricordando che  $g(N) \approx N/(\ln N)^2 * 1,32032\dots$

dove 1,32032 è una costante.

Poiché le  $g(N)$  coppie di numeri primi gemelli sono infinite (Rif. 3) anche le  $S(N)$  coppie di numeri di Sophie Germain lo sono, essendo più numerose delle prime.

### ***GRUPPO ERATOSTENE***

Riferimenti

1. “Sophie Germain”, sul sito <http://en.wikipedia.org>
2. “I numeri primi di Sophie Germain”, Prima e Seconda parte, sul nostro sito nella sezione “Articoli sui numeri di Sophie Germain”
3. “I numeri primi gemelli e l’ipotesi di Riemann

generalizzata” sul nostro sito nella sezione “Articoli  
su Riemann

*Caltanissetta 15.1.2011*