

***Storia di Christian Goldbach***  
( *l'importanza della sua congettura*  
*per la fattorizzazione e l'ipotesi di Riemann*)



(Christian Goldbach)  
250 x 353 - 14k - jpg  
roshd.ir

***Christian Goldbach*** nacque a Königsberg il 18 marzo 1690 e morì a Mosca il 20 novembre 1764; è stato un matematico tedesco, molto noto per la sua congettura sui numeri primi formulata nel 1742 e ancora aperta (su questo però non siamo d'accordo, perché l'abbiamo già dimostrata alcuni anni fa e molti nostri lavori su tale congettura, e sulle relazioni con altre congetture, per es. i numeri primi gemelli, i numeri di Polignac, ecc., sono già sul nostro sito e sui siti collegati, vedi seguito, N.d.A.A.)

“Nato nella città ora chiamata Kaliningrad ed exclave della Russia, figlio

di un pastore, Goldbach studiò diritto e matematica.

Viaggiò molto attraverso l'Europa e incontrò molti matematici famosi, come Leibniz, Leonhard Euler, Nicolas I Bernoulli, Nicolas II, Bernoulli, Daniel Bernoulli, Abraham de Moivre ed Hermann. Nel 1725

Goldbach divenne professore di matematica e storica della Accademia delle Scienze di San Pietroburgo, appena aperta. Nel 1728 divenne tutore del successivo Zar Pietro II. Nel 1742 divenne membro dello staff del Ministero degli esteri russo.

I maggiori contributi di Goldbach riguardano la teoria dei numeri. Altri suoi lavori hanno come argomenti lo studio delle curve, le serie infinite e l'integrazione delle equazioni differenziali”.

Circa la sua famosa congettura, sulla quale ci soffermeremo un po' in questa “storia” essa dice che ogni numero pari  $N \geq 4$  si può scrivere come somma di due numeri primi  $p$  e  $q$ , tali che

$$N = p + q$$

Nei nostri lavori ai quali accennavamo prima, mostriamo con tabelle e grafici che ogni numero pari  $N \geq 4$  è *sempre*, almeno una volta,  $G(N) = 1$ , somma di due numeri primi, anche uguali.

Es.  $3 + 3 = 6$ ,  $11 + 11 = 22$ , poiché la ripetizione è ammessa dalla

congettura. Un altro nostro risultato importante è che per i numeri multipli di 6, e quindi per  $N = 6n$ , la funzione di Goldbach  $G(N)$

Quasi raddoppia rispetto ai numeri pari contigui ma di forma  $N = 6n - 2$  ed  $N = 6n + 2$ , per via dei multipli dispari di 3 che per  $N = 6n$  si accoppiano tra loro lasciando i numeri primi da 3 a  $N/2$  e da  $N/2$  ad  $N$  più liberi di accoppiarsi tra loro formando più coppie di Goldbach, mentre per i numeri  $N = 6n - 2$  ed  $N = 6n + 2$  ciò non avviene, e così il numero  $G(N)$  delle coppie di Goldbach viene quasi dimezzato rispetto ad  $N = 6n$ . Chiamiamo questa evenienza, ormai ben compresa, “relazione di Goldbach”, scrivibile facilmente, per  $N = 6n$ , come:

$$G(N-2) + G(N+2) \approx G(N)$$

Alcuni esempi:

$$G(58) + G(62) = 4 + 3 = 7 \approx 6 = G(60); \quad \mathbf{60} = 6 \times 5$$

$$G(9994) + G(9998) = 98 + 99 = 197 \approx 255 = G(9996); \quad \mathbf{9996} = 6 \times 1666$$

più grande è  $N$ , più questa relazione è evidente (vedere lavoro

“Andamento ciclico delle coppie di Goldbach” e “Procedure per la

formazione delle coppie (GN) e delle terne T(N) di Goldbach” sul nostro sito [www.gruppoeratostene.com](http://www.gruppoeratostene.com) , sezione “Lavori Di Noto”).

Un altro importante risultato è una connessione tra la ex – congettura di Goldbach e i numeri gemelli  $p$  e  $q = p+2$ , poiché una coppia di gemelli (tranne la prima, 3 e 5) è sempre l’ultima coppia di Goldbach per  $N = 12n$ , per es.  $11+13 = 24 = 2 \times 12$ ,  $29 + 31 = 60 = 5 \times 12$ , ecc. Ma la ormai ex -congettura di Goldbach non si limita alla somma tra due numeri primi, ma anche estendersi il loro prodotto, tramite l’algoritmo di Fermat, che coinvolge semisomma  $s$  semidifferenza  $d$ , tale che, essendo:

$$N = s^2 - d^2, \quad \text{ne deriva che } N + d^2 = s^2 \quad (1)$$

$$N = p \times q, \quad \text{con } p = s - d \quad \text{e} \quad q = s + d \quad (2)$$

Tale algoritmo è stato da noi scoperto indipendentemente da Fermat, usando la nostra soluzione della congettura di Goldbach: per esempio,

$$N = 23 \times 37 = 851$$

$$d = (37 - 23)/2 = 14/2 = 7; s = (37 + 23)/2 = 60/2 = 30$$

$$p = s - d = 30 - 7 = 23; q = s + d = 30 + 7 = 37$$

Poiché in partenza non conosciamo  $p$  e  $q$ , possiamo arrivare ad  
con la formula:

$$s = \sqrt{N + i^2}, \text{ con } i \text{ tentativi a partire da } i = 1$$

otteniamo, con  $\sqrt{N} = 29$  (parte intera )

$$s = \sqrt{29^2 + 1} = \sqrt{900} = 30, \text{ con } 900 \text{ quadrato}$$

$$\text{e } d \text{ con la formula } d = \sqrt{s^2 - N} = \sqrt{30^2 - 851} = \sqrt{49} = 7$$

e quindi possiamo , avendo già trovato  $d$  ed  $s$ , calcolare  $p$  e  $q$   
tramite la (2).

$$\text{Altro esempio: } N = 29083 = 127 \times 229, d = 51, s = 178$$

$$n = \sqrt{29083} = 170,53$$

dopo sette i tentativi con  $i$  da 1 a 7, otteniamo:

$$\sqrt{(171 + 7)^2} = s = 178$$

$$d = \sqrt{178^2 - N} = \sqrt{31684 - 29083} = \sqrt{2501} = 51$$

$$p = 178 - 51 = 127, q = 178 + 51 = 229$$

notiamo che in questo caso,  $i = 7 \approx \sqrt{d} = \sqrt{51} = 7,14\dots$

Tale algoritmo, già molto efficace, ma non ancora sufficientemente veloce per fattorizzare i numeri RSA, potrebbe eventualmente essere migliorato in futuro.

Ma oltre che alla fattorizzazione, l'ex congettura di Goldbach è legata anche all'ipotesi di Riemann (RH), tramite l'ipotesi RH1 (equivalente alla RH) basata sulla funzione  $\sigma(n)$ , somma divisori, anziché alla funzione  $\zeta(s)$ , la funzione zeta della RH, detta anche funzione zeta di Riemann. La RH1 ha qualche somiglianza con l'ex congettura di Goldbach:

a) nella prima, la funzione  $\sigma(n)$  è sempre più alta per i multipli di 6, e nella seconda:

b) la funzione di Goldbach è più alta per i numeri multipli di 6 (questi hanno più divisori e quindi la loro somma  $\sigma(n)$  è più elevata. Anche i grafici di queste due funzioni si somigliano, essendo entrambi di tipo comet (a forma di cometa), e non consentono contro esempi (rispettivamente  $L(n) = 0$  e  $G(N) = 0$ , e quindi entrambe le congetture sono vere, e di conseguenza anche

la RH, essendo  $RH1 = RH$ .

Abbiamo già sfruttato tale relazione in vari lavori, il più recente dei quali è “Dai multipli di 6 alla Riemann Hypothesis” vedi Lavori Ing. Rosario Turco, sul nostro sito (insieme ad altri recenti lavori sulla RH da parte dell’Ing. Turco).

Ecco perché la ormai ex congettura di Goldbach è importante nella teoria dei numeri: essa non riguarda la mera somma pari tra due numeri primi ( $N = p + q$ ), ma come abbiamo visto, anche la fattorizzazione se viene connessa al prodotto tra i due stessi numeri primi ( $N' = p \times q$ ) tramite l’algoritmo di Fermat usano la loro semisomma  $s$  e la loro semidifferenza  $d$  come nell’esempio di cui sopra; ma anche alla  $RH1 = RH$ , l’ipotesi di Riemann, tramite la relazione da noi trovata tra la funzione di Goldbach  $G(N)$  e la funzione  $\sigma(n)$  con  $N$  ed  $n$  multipli di 6, e cioè  $N = n = 6k$ .

(La RH invece si basa sui numeri primi, di forma  $P = 6k+1$ , e quindi sulla funzione zeta  $\zeta(s)$  e i suoi zeri, detti anche zeri di zeta, che la RH vuole, com’è noto, tutti sulla retta critica reale  $\frac{1}{2}$

affinché essa sia vera (su ciò stanno lavorando in molti, compreso il nostro ottimo collaboratore Ing. Rosario Turco).

*Gruppo Eratostene*