

Storia di Georg Friedrich Bernhard Riemann e della RH

(con accenno ai nostri risultati)

(aggiornamento al 15.12.2010)



Riemann da giovane

“Bernhard Riemann nacque a Breselenz il 17 settembre 1826 e morì a Se lasca il 20 luglio 1866.

“ E’ stato un matematico e fisico tedesco: contribuì in modo determinante allo sviluppo delle scienze matematiche” (dalla omonima voce di Wikipedia, alla quale rimandiamo per ulteriori notizie biografiche più dettagliate). Qui aggiungiamo solo che:

<< Per quanto pochi siano stati gli anni di lavoro a lui concessi e per quanto poche siano state le pagine pubblicate dei suoi appunti di studio, il suo nome è, e rimarrà, un riferimento per I matematici. Le sue memorie sono perla maggior parte capolavori: piene di metodi originali, idee profonde e immaginazione lungimirante >>

(Georg Chrystal, Encycolopedia Britannica 1911 voce “Riemann”)

Una breve ma ottima biografia è riportata sul libro “Il romanzo dei numeri” Di Giancarlo Masini (Giunti Nardini Editore) pag. 182:

“Matematico tedesco. Figlio di un pastore protestante, egli ebbe un’infanzia abbastanza difficile, sia per la salute cagionevole, sia per le ristrettezze finanziarie; la famiglia infatti contava otto persone e i guadagni del padre erano a malapena sufficiente a mantenerle. Tuttavia, anche con l’aiuto di una nonna,, Bernhard poté studiare: a diciassette anni entrò all’università di Gottingen. Quantunque avesse dimostrato un grande talento matematico e una grande passione per la geometria, all’università scelse la facoltà di teologia e filologia per soddisfare il desiderio del padre che avrebbe voluto vederlo pastore. Ben presto, però, abbandonò questi studi e ritornò alla matematica. Fu allievo di Gauss e ne continuò e portò avanti gli studi.

Fu professore all’università di Gottingen e divenne famoso in tutta l’Europa per le sue scoperte. Purtroppo la salute debole e i dispiaceri familiari lo accompagnarono per tutta la vita. Nel 1862 sposò Elise Koch, una creatura dolcissima che lo assistette fino alla morte, avvenuta in Italia quattro anni dopo, dove la coppia si era recata su consiglio dei medici nella speranza di migliorare le condizioni di salute di Bernhard”.

Scoperte matematiche. Sono state diverse, soprattutto in geometria (superfici di Riemann, sfera di Riemann, tensore di Riemann), all’analisi, anche complessa (integrale di Riemann, Serie di Riemann), e quelli sui numeri primi, con la relativa ipotesi.

In questa sua breve storia ci soffermeremo su questi ultimi, essendo il principale argomento di interesse per il nostro gruppo di ricerca.

Dalla voce di Wikipedia “Bernhard Riemann” , parzialmente, dal paragrafo “Ipotesi di Riemann:

“Ipotesi di Riemann [[modifica](#)]

L’ipotesi di Riemann divenne celebre solo quando, dopo la sua morte, i matematici di tutto il mondo iniziarono a coglierne l’importanza. Essa rappresenta uno degli ultimi passi nello studio dei [numeri primi](#), che fa risalire le sue origini ai lontani tempi di [Euclide](#) che fu il primo a dare una definizione rigorosa del concetto di primarietà, dimostrando l’infinita dell’insieme degli stessi. Riemann affrontò l’argomento secondo una prospettiva che già fu di [Gauss](#), la quale prevedeva non la ricerca di una formula unica che fosse in grado di fornire, al variare di uno o più parametri iniziali, tutti i [numeri primi](#), bensì la definizione della [funzione \$\pi\(x\)\$ \(pi greco\)](#) che fornisce al variare di x il numero di primi compresi fra 0 e la stessa x . Sebbene Gauss ed altri avessero tentato di dare possibili espressioni della funzione π , fu solo con l’intervento di Riemann che si giunse a quella che a tutt’oggi sembra esserne la formulazione corretta. Tutto ciò era strettamente interconnesso con la funzione zeta ([funzione zeta di Riemann](#)), alla quale già si era interessato [Eulero](#), estesa al [campo complesso](#). Per l’esattezza l’ipotesi di Riemann dichiara che “tutti gli zeri complessi della funzione Zeta hanno parte reale $1/2$ ”. Il legame coi numeri primi emerge dalla formulazione data da Riemann della funzione π , tra i cui parametri vi è anche una variabile legata

agli zeri complessi della stessa [funzione zeta](#). Si sospetta che Riemann avesse una [dimostrazione](#) di questa ipotesi ma che la sua governante bruciò la stessa subito dopo la morte del matematico mentre metteva ordine nella casa del suo padrone.

L'ipotesi di Riemann rappresenta l'ottavo dei [problemi di Hilbert](#), quei problemi che nel [1900 Hilbert](#) elencò in una celebre conferenza di matematici come punti di riferimento che avrebbero dovuto guidare la ricerca matematica del XX secolo. Esso fu l'unico al quale alla fine del secolo passato non fu data alcuna risposta, l'unico che ricompare tra i [Problemi per il millennio](#), eredi dei punti di Hilbert, ed è proprio per la sua difficoltà che oggi l'ipotesi di Riemann desta tanto interesse tra le più grandi menti della matematica mondiale, pronte a misurarsi con quello che è probabilmente il più complesso rompicapo di tutti i tempi.

Se l'ipotesi di Riemann venisse dimostrata, si avrebbero conseguenze in molti campi della matematica, ma soprattutto in informatica dato che molte leggi della crittografia sono ad essa collegate. Per rendere sicure ad esempio le transazioni bancarie i computer usano [sistemi di crittografia](#) basati su numeri molto grandi la cui fattorizzazione in numeri primi non è possibile tramite computer in tempi ragionevoli, poiché i fattori da cui gli stessi sono derivati sono costituiti da numeri primi di oltre 60 cifre. Tuttavia se venisse scoperto un algoritmo veloce (grazie alla dimostrazione della ipotesi di Riemann), nessuna crittografia basata sulla fattorizzazione dei numeri primi sarebbe più sicura”.

Nostro commento: un algoritmo di fattorizzazione veramente veloce potrebbe essere scoperto anche senza la dimostrazione della RH, sebbene ci possa essere qualche relazione: questa sarebbe un problema in P (l'insieme dei problemi risolvibili in tempi polinomiali) se la RH fosse vera. Si vedano i vari lavori dell'Ing. Rosario Turco nel suo Mathblog, nella sezione Link del nostro sito

www.gruppoeratostene.com

Inoltre, la fattorizzazione veloce potrebbe avere a che fare benissimo anche con la soluzione della congettura di Goldbach, tramite l'algoritmo di Fermat o altri simili algoritmi in futuro, vedi anche “Storia di Christian Goldbach” sul nostro sito. E quindi, teoricamente, non solo con la RH.

I nostri risultati.

Sull'ipotesi di Riemann (RH), abbiamo già pubblicato sul nostro sito alcuni lavori, che affrontano tale ipotesi sia in modo indiretto, tramite l'ipotesi equivalente $RH1 = RH$ basata sulla funzione $\sigma(n)$ somma divisori di n “Dai multipli di 6 alla Riemann Hypothesis- I criteri di Robin e di Lagarias” di Rosario Turco – Gruppo Eratostene”, anziché sulla funzione zeta $\zeta(s)$. (Da Wikipedia, voce “Funzione zeta di Riemann”:

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

basata sul noto prodotto infinito di Eulero sui numeri primi.

Eulero dimostrò che:

$$\zeta(s) = \prod_p \frac{1}{1 - p^{-s}}$$

dove il prodotto corre su tutti i numeri primi p . Questo prodotto è all'origine del collegamento tra funzione zeta e [numeri primi](#). Con dimostrazioni simili a quella di [Eulero](#) si può estendere il [prodotto](#) a molte altre funzioni e fare dunque un collegamento con la funzione zeta. Per esempio:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \mu(n)n^{-s} = \prod_p (1 - p^{-s}) = \frac{1}{\zeta(s)}$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} |\mu(n)|n^{-s} = \prod_p (1 + p^{-s}) = \frac{\zeta(s)}{\zeta(2s)}$$

Dove $\mu(n)$ è la [funzione di Moebius](#)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda(n)n^{-s} = \prod_p (1 + p^{-s})^{-1} = \frac{\zeta(2s)}{\zeta(s)}$$

Dove $\lambda(n)$ è la [funzione di Liouville](#)

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{\omega(n)} n^{-s} = \prod_p \left(\frac{1 + p^{-s}}{1 - p^{-s}} \right) = \frac{\zeta(s)^2}{\zeta(2s)}$$

Dove $\omega(n)$ è il numero di [fattori primi](#) distinti di n

E anche

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma(n)}{n^s} = \zeta(s)\zeta(s-1)$$

dove $\sigma(n)$ è la somma di tutti i [divisori](#) di n (1 e n compresi). ...”

Circa la funzione $\mu(n)$ Moebius e la funzione $\sigma(n)$, vedi i nostri recenti lavori in sezione “Articoli” – “Articoli su Riemann” del nostro sito www.gruppoeratostene.com. dove mostriamo la loro relazione con i numeri n di forma $6k$ (mentre le funzioni $\varphi(n)$ e $\zeta(s)$ sono correlati alle forme $6k+1$

dei numeri primi (tranne il 2 e il 3). Tali relazioni sono molto importanti per studiare meglio e più facilmente l'ipotesi di Riemann tramite le ipotesi RH equivalenti, come per esempio la RH1 connessa alla funzione $\sigma(n)$, senza ricorrere a numeri complessi.

Dalla funzione zeta, com'è noto, si ottengono tutti gli infiniti zeri, detti zeri di zeta, che se l'ipotesi fosse vera dovrebbero stare tutti sulla retta critica reale $\frac{1}{2}$.

Gli altri lavori dell'Ing Rosario Turco e della Prof. Maria Colonnese riguardano invece direttamente la funzione zeta, o altre funzioni, ma anche la crittografia, ecc.:

Tali lavori dell'Ing. Rosario Turco sono anche pubblicati, oltre che sul nostro sito, anche nel sito:

<http://rudimathematici.com/bookshelf.htm>

Sul nostro sito c'è anche un lavoro divulgativo sui tre problemi del millennio in cui sono coinvolti i numeri primi (P = NP, l'ipotesi di Riemann e la congettura di Birch e Swinnerton – Dyer) con la previsione, dati le loro profonde connessioni (numeri primi, fattorizzazione, crittografie RSA ed ECC), che essi hanno tutti e tre o una soluzione positiva, o una soluzione negativa; in altre parole, le rispettive congetture saranno dimostrate o tutte e tre vere, o tutte e tre false. La funzione zeta, e quindi **l'ipotesi di Riemann**, sono importanti oltre che in matematica e in crittografia, anche in fisica, in modo particolare con la moderna teoria delle stringhe.

Ecco perché tale ipotesi è molto importante (noi la riteniamo vera), e dimostra la grandezza di Riemann.

Gruppo Eratostene

Caltanissetta 15.12.2010