S P I R A L E D I U L A M

E N U M E R I P R I M I

….

Circa la spirale di Ulam (disposizione dei numeri naturali a spirale partendo da 1 e in senso antiorario) ci sono due voci, una sull'enciclopedia libera Wikipedia (Spirale di Ulam) e l'altra su Mathword (Prime spiral) alle quali rimandiamo. In tale spirale i numeri primi si dispongono sulle diagonali, sia che lo schema a spirale abbia forma quadrata, sia che abbia forma esagonale (quest'ultimo su Mathword).

La nostra proposta di novità in questo campo è che se si costruisce la spirale con i soli numeri dispari, i numeri primi (tranne ovviamente il 2, che è pari) si dispongono invece sulle righe e sulle colonne della spirale anziché sulle diagonali:

75	**73**	**71**	69	**67**	65	63	
77	35	33	**31**	**29**	27	**61**	
79	**37**	**11**	**7**	**5**	25	**59**	
81	39	**13**	1	**3**	**23**	57	
83	**41**	15	**17**	**19**	21	55	
85	**43**	45	**47**	49	51	**53**	
87	**89**	91	93	95	**97**	99	…

i numeri primi, in grassetto e sottolineati, ora sono principalmente sulle righe e sulle colonne della nuova spirale, oltre che su qualche diagonale secondaria, per esempio 59, 23, 19 e 47 e 37, 13, 17 e 97.

In tal modo la spirale occupa meno spazio che scrivendo anche i numeri pari, e su scala più grande potrebbe dare qualche indicazione in più sulla distribuzione dei numeri primi, per esempio qualche colonna e qualche riga contengono mediamente più numeri primi di altre (es.: 6 primi nella 3° riga e 5 primi nella 2° e nella 5° colonna, contro una media di 2,6

nelle altre colonne e di 2,8 nelle altre righe.

Un altro tipo di spirale ancora più denso può essere costruito usando invece la forma generale dei numeri primi $P = 6n \pm 1$, (tranne il 2 e il 3), insieme oppure separatamente (cioè con i soli numeri $6n + 1$ e $6n - 1$):

$$P = 6n \pm 1$$

109	**107**	**103**	**101**	**97**	95	91	
111	49	**47**	**43**	**41**	**37**	**89**	
115	**53**	**13**	**11**	**7**	35	85	
117	55	**17**	1	**5**	**31**	**83**	
121	**59**	**19**	**23**	25	**29**	**79**	
123	**61**	65	**67**	**71**	**73**	77	
127	**131**	135	**137**	141	143	147	…

con ben cinque primi sulla prima riga, sulla seconda riga, sulla seconda colonna e ben sei sulla quarta colonna (centrale), e meno primi nelle altre righe e colonne.

P = 6n -1

215	209	203	<u>**197**</u>	<u>**191**</u>	185	<u>**179**</u>	
221	95	<u>**89**</u>	<u>**83**</u>	77	<u>**71**</u>	<u>**173**</u>	
<u>**227**</u>	<u>**101**</u>	<u>**23**</u>	<u>**17**</u>	<u>**11**</u>	65	<u>**167**</u>	
<u>**233**</u>	<u>**107**</u>	<u>**29**</u>	-1	<u>**5**</u>	<u>**59**</u>	161	
<u>**239**</u>	<u>**113**</u>	35	<u>**41**</u>	<u>**47**</u>	<u>**53**</u>	155	
245	119	125	<u>**131**</u>	<u>**137**</u>	143	<u>**149**</u>	
<u>**251**</u>	<u>**257**</u>	<u>**263**</u>	<u>**269**</u>	275	<u>**281**</u>	287	…

con ben 6 primi sulla terza colonna (ma anche

- 1 è di forma generale 6n -1 0 6 x 0 -1 = -1)

e 6 primi nella 3° riga, e qualcuno in meno nelle

altre righe e colonne.

P = 6n + 1

217	**211**	205	**199**	193	187	**181**
223	**97**	91	85	**79**	**73**	175
229	**103**	25	**19**	**13**	**67**	169
235	**109**	**31**	1	**7**	**61**	**163**
241	115	**37**	**43**	49	55	**157**
247	121	**127**	133	**139**	145	**151**
253	259	265	**271**	277	**283**	289 …

con ben 5 numeri primi nella 3° riga e 4 numeri primi nella 2°, 4°, 5° 6° e 7° colonna, e quindi con una distribuzione un pò diversa che nella forma 6n – 1 precedente, con 31 numeri primi in totale fino a 287, contro i soli 26 numeri primi in totale fino a 289, e questo ci farebbe già pensare ad una preferenza dei numeri primi per la forma 6n -1, cosi come in un altro lavoro in corso sui numeri gemelli, si riporta una scoperta di un altro matematico sulla preferenza delle differenze tra due numeri primi consecutivi per la

forma 6n + 2.

Con spirali quadrate di questa forma ancora più grandi, si potrebbe confermare la suddetta preferenza dei numeri primi per la forma 6n -1, e altro ancora.

Tali spirali portano anche alle progressioni aritmetiche di numeri primi non consecutivi, sulle quali riportiamo dalla voce "Spirale di Ulam" di Wikipedia:

"… Cò che stupì Ulam è la tendenza dei numeri primi a concentrarsi su alcune diagonali piuttosto che in altre (in certe righe e colonne nelle nostre spirali, N.d.A.A.). Test più rigorosi dimostrarono che effettivamente su alcune diagonali la concentrazione di numeri primi è maggiore rispetto alle altre (forse a causa della suddetta preferenza dei numeri primi per la forma 6n -1 anziché per la forma 6n +1 , N.d.A.A.) E'stato inoltre notato che la particolare trama di punti

si ripresenta anche quando il centro della spirale è diverso da uno.

Questo implica che esistano molte costanti a, b, e c per le quali la funzione

$$f(n) = an^2 + bn + c$$

genera, sostituendo n con una serie di numeri consecutivi, una grande quantità di numeri primi. Ad esempio, nel XVIII secolo Eulero osservò che con a = 1, b = 1 e c = 17 la funzione assume la forma

$$x^2 + x + 17$$

E sostituendo n con i numeri naturali da 1 a 15,

$$0 + 0 + 17 = 17$$
$$1^2 + 1 + 17 = 19$$
$$2^2 + 2 + 17 = 23$$
$$3^2 + 3 + 17 = 29$$
$$4^2 + 4 + 17 = 37$$
$$5^2 + 5 + 17 = 47$$

…

$$15^2 + 5 + 17 = 257$$

Si ottengono i 16 numeri primi successivi

17, 19, 23, 29, 37, 47, 59, 73, 89, 107, 127 149, 173, 199, 227, 257. (notiamo che 16 = 17 - 1, e che le differenza d tra i vari numeri primi successivi, ma non consecutivi sono di forma pari d = 2 k, infatti 2, 4, 6, 8, 10, ecc., N.d.A.A).

Questo tentativo di comprendere la distribuzione dei numeri primi è stato giudicato abbastanza significante

da meritare la copertina di Scientific American nel mese di marzo 1964".

Di queste progressioni di numeri primi(consecutivi e non consecutivi) ci siamo occupati nei nostri tre articoli pubblicati sul nostro sito

http://www.gruppoeratostene.netandgo.eu

(sezione "Articoli del Prof. Di Noto)

ed in modo particolare l'articolo "Progressioni aritmetiche di terzo tipo (PAP 3 o di Eulero)"

nel quale si fa anche l'esempio di c = 41 che genera 41 – 1 = 40 numeri primi non consecutivi, e altro ancora. Gli altri due articoli sono:

"Progressioni di primi con distanza costante" e

"Progressioni aritmetiche di numeri primi(PAP1, PAP2, PAP dense) e Teoremi di Green, Tao e

Goldstone" ai quali rimando chi volesse approfondire l'argomento, che collega le spirali di Ulam con le progressioni di Eulero, di Tao, ecc. ecc., con le nostre osservazioni, alcune delle quali accennate in questo lavoro.

Gruppo ERATOSTENE

Caltanissetta 24.1.2008