LE FORME 6k $\pm$1 DEI NUMERI PRIMI E LE QUATTRO OPERAZIONI

Gruppo Eratostene

Tutti i numeri primi tranne il 2 e il 3, e tutti i composti puri (cioè senza i fattori 2 e 3) sono della forma generale: P = 6 n + 1

Eseguendo ora le quattro operazioni aritmetiche tra numeri primi diversi da 2 e 3, e usando questa loro forma generale, si trovano altre possibili soluzioni o conseguenze interessanti per le ex-congetture di Goldbach, dei numeri gemelli infiniti, del problema ternario di Goldbach, della differenza pari tra due numeri dispari (Teorema di Polignac, l'opposto del Teorema di Goldbach) con caso particolare d = q – p = 2 per i numeri gemelli, ecc. ;congetture da noi ormai risolte, vedi prima parte di questo lavoro.

A D D I Z I O N E B I N A R I A (Goldbach)

N pari come somma tra due numeri primi: N = p + q

Fatti salvi 4 = 2+ 2, 6=3 + 3, 8 =5 + 3, che soddisfano il teorema di Goldbach, a partire da N = 10 = 5 + 5 (ma anche 3 + 7, l'altra coppia di Goldbach per N = 10) si può usare la forma generale con N = p + q, con p e q di forma diversa, e che si può scrivere quindi anche come:

N= (6m +1) + (6n-1) = 6m+ 1 + 6n + 1 -1 = 6 (m+n)= 6r (a) (N pari)

N = (6m -1) + 6n +1 = 6m - 1+ 6n -1 + 1 = 6(m+n)= 6r (a) (N pari)

o di forma uguale:

$N = (6m + 1) + (6n + 1) = 6m + 1 + 6n + 1 = 6(m+n) + 2 = 6r + 2$ (b) (N pari)

$N = (6m - 1) + (6n - 1) = 6m - 1 + 6n - 1 = 6(m+n) - 2 = 6r - 2$ (b) (N pari)

Poiché m ed n, essendo numeri naturali, sono infiniti, ci potrebbero essere infinite coppie m ed n tali da coprire tutti gli N pari (tutti di forma 6r oppure $6r \pm 2$) come possibili somme di numeri primi con m ed n come coefficienti nella loro forma generale $p=6m \pm 1$ e $q= 6n \pm 1$ (e in effetti ciò accade G volte per ogni N pari, con G = numero delle coppie di Goldbach che soddisfano il teorema di Goldbach per un N dato, con G sempre crescente al crescere di N; e mai si ottiene G = 0, cioè la soluzione negativa, come dimostriamo nella nostra soluzione positiva (Rif.1)

Per esempio, se prendiamo i due numeri primi 17 e 29, N = 17 + 29 = 46; ma si potrebbe scrivere anche, con la forma generale dei primi:

$N = 6*3 - 1 + 6*5 - 1 = 6(3 + 5) - 1 - 1 = 6 * 8 - 2 = 48 - 2 = 46$ (b)

Se invece prendiamo 17 e 31, (con forma diversa), N = 48, poiché -1 e +1 si annullano a vicenda, il chè elimina poi il -2 o il + 2 finale della forma (b):

$N = 6*3-1 + 6*5+1 = 6(3+5) -1 +1 = 6*8 = 48$ forma (a).

Caso limite interessante: quello dei numeri primi gemelli, nei quali m = n e quindi:

$N = 6*m - 1 + 6*m + 1 = 2 * 6 * m = 12 * m$ (sempre di forma (a)

ed N quindi sempre multiplo m di 12, ma non viceversa (non tutti i multipli i 12 sono somme di numeri gemelli, per es. 48 = 23 + 25 con 23 primo e 25 = 5*5 composto. N pari multiplo di 12 e somma di due numeri gemelli p e q solo

quando questi condividono m = n come coefficiente tale che

p=6m -1 e q = 6m +1 sono entrambi primi, e quindi gemelli.

Per ogni N pari maggiore di 10, esiste almeno una coppia m ed n che formano due numeri primi p e q tali che p + q = N, e che quindi G sia sempre maggiore di 1 (G = 1 anche per 4, 6 e 8) e quindi il Teorema di Goldbach è confermato anche per questa via: tutti i numeri pari sono somme di forma alternata (a) e (b) di due numeri primi con segni algebrici - -, - +, + +, + - nella forma generale di p e (il primo segno riguarda p, il secondo riguarda q). cosicché tutti i numeri pari sono soddisfatti, anche i multipli di 12 che sono spesso anche la somma di due numeri primi gemelli, con in tal caso N/2 + 1 sono entrambi primi; per es. N = 36, con 36/2 -1 = 17 e 36/2 +1 = 19 entrambi primi e anche gemelli.

Ma per i gemelli è molto più importante la differenza pari d = 2, come vedremo subito, e la loro infinità e quindi l'infinità delle differenze minime d = q – p = 2, che sembra molto importante ai fini della dimostrazione della congettura di Riemann (sembra infatti che questa sia connessa all'infinità dei numeri primi gemelli e quindi dalle infinite g coppie, e non viceversa come alcuni matematici suppongono).

2) D I F F E R E N Z A   B I N A R I A

(Polignac; opposto del Teorema di Goldbach)

N pari come differenza q – p , e cioè N = q – p.

Dimostrazione simile per l'addizione binaria precedente, ma con

N = 6 (n-m) (forma (a))

N = 6 (n-m) +-2 (forma (b))

Poiché N = (6n $\pm$1) - (6m-1) = 6(n - m) , oppure 6(n - m) $\pm$ 2.

Caso limite interessantissimo: i numeri primi gemelli con differenza d = 2 poiché, essendo sempre, per loro e solo per loro, m = n, N è sempre N = 6(mm) = 6 * 0 = 0, e poiché i segni sono + e – sono opposti, diventano, + e + nella forma (b), e quindi + 1 + 1 = 2; esempio di differenza tra due qualsiasi numeri gemelli, per es. 19 e 17, per i quali q – p = 2 = 19 - 17 = 2, il chè si potrebbe scrivere anche come:

N = q – p = 19 - 17 = (6 * 3 + 1) - (6 * 3 – 1) = 6(3-3) + 2 =

18 +1 – 18 + 1 = 18– 18 + 1 + 1 = 0 + 2 = 2 qual che sia il coefficiente m in comune; in questo caso m = 3.

3) P R O B L E M A T E R N A R I O D I G O L D B A C H

N = p + q + s = 6 (m + n + r) + 1 forma (a)

N = p + q + s = 6 (m + n + r) + 3 forma (b)

Salvo i casi :

N = 7 = 2 + 2 + 3
N = 9 = 3 + 3 + 3
N = 11 = 3 + 3 + 5
N = 13 = 5 + 5 + 3

per i quali, pur non essendo i numeri primi 2 e 3 di forma diversa dalla forma generale 6*n + 1, la congettura è ugualmente soddisfatta.

Abbiamo un lavoro anche su questa congettura (che dimostriamo vera,

trasformandola in teorema, e basato sulla nostra soluzione del Teorema di Goldbach: poiché la somma di tre primi è anche la somma di un numero pari qualsiasi, che è già la somma di due numeri primi (per la soluzione positiva di Goldbach) più un terzo numero primo qualsiasi dispari, dimostriamo che ogni numero dispari N è la somma di tre numeri primi, almeno una volta , e tante più volte al crescere di N (Rif.2).

Unico esempio per tutti:

N = p + q + s = (6*m+1) + (6*n+1) + (6*r+1) = 6(m+n+r) + 1; 6(m+n+r)+3

N = 49 =7+13+29= (6*1+1) + (6*2+1)+(6*5-1) = 6(1+2+5) +1 =6*8+1=48+1=49

Questo lavoro, che non richiede il numero minimo enorme 10^43000 "previsto" da Chen e Wang nel 1989, riducendo il numero altrettanto enorme 3^14348907 di Borodzkin nel 1956 (notizia tratta dall'articolo web "Prime Conjectures and Open Questions" di Chris K. Caldwell, al sito http://www.utm.edu/research/primes/notes/conjectures/ e nemmeno della dimostrazione della congettura di Riemann, come scrive Marcus du Sautoy nel suo libro "L'Enigma dei numeri primi" (Rizzoli Ed.)

Il nostro numero minimo per soddisfare la congettura è soltanto 7 = 2+2+3.

4) M O L T I P L I C A Z I O N E B I N A R I A

N = pq = (6m±1) (6n±1) = 36mn ±6m±6n±1

Come caso interessante, ancora quello dei numeri gemelli: poiché per essi m = n, si avrà, in ogni prodotto N =pq con p e q gemelli, che N = 36m^2 –1, per cui diventa facilissimo fattorizzare un prodotto tra gemelli, cercando m^2 =

(N + 1)/ 36, da cui m = √ (N+1)/36, e quindi p = 6m -1 e q = 6m +1

(oltre che √(N+1)+-1, per esempio N = 17* 19 = 323; m = √(323 +1)/36;

oppure p = √ 323 +1 +1 = 18 – 1 =17, e q = 18 + 1 = 19.

Questa proprietà dei prodotti tra numeri gemelli diventa così molto importante per altre congetture sui numeri primi, alle quali dedicheremo eventuali futuri lavori.

Un teorema collegato al prodotto tra due primi qualsiasi (tranne il 2 e il 3) è il cosiddetto teorema del sesto:

s = (N +1)/6 = pn ± m = qm ± n

Esempio unico per tutti :

N = 11 * 53 = 583, m = 2, n = 9, s = (583-1)/6 = 97

s = 97 = 11*9 - 2 = 53*2 - 9 = 97.

Ogni prodotto tra due primi ha la sua coppia m ed n, oltre che alla coppia banale m = 0 ed n = s, tali che 6*0 + 1 = -1 e + 1 (considerabili anche questi gemelli di tipo particolare, poiché 1 – (- 1) = 1+1 = 2 è la loro differenza, mentre la loro somma è 1+ (-1) = 1 – 1 = 0 = 12*0 = 0, come da regola generale (vedi punti precedenti su addizione e differenza tra due numeri primi) . I numeri primi, invece, hanno la sola coppia banale m = 0 ed n = s = (N + 1)/6, poiché, valori danno i soli fattori banali 1 = 0 +-1 = - 1 e + 1, ed N = 6*s + 1, e cioè i fattori banali 1 e se stesso. I composti puri, viceversa, hanno fattori propri diversi da 1 e se stessi, poiché per essi esistono coppie di m ed n non nulle, una coppia soltanto per soli due numeri primi tali che pq = N, più coppie di m ed n

diversi per coppie di fattori diversi per N = pq = p' q'; per esempio

N = (7*11)*(29*17) = (7*29)* (11*17) = 37961

N = 77 * 493 = 203 * 187 = N = (6*13 -1) * (6*82+1) = 77*483 = 37961 con m = 13 ed n = 82; N = (6* 34-1) *(6*31+1) = 203*187 = 37961 con m = 34 ed n = 31,

Anche 1 obbedisce alla forma generale dei primi, ma per m = 0, poiché N = 1 = 6*0 + 1 = 0 + 1 = 0 - 1 e quindi, in via generale, può essere considerato anch'esso un numero primo puro (diverso cioè da 2 e da 3), e qualsiasi potenza o prodotto di 2 e di 3 può essere considerato il prodotto di 2, di 3 e di 1 come fattore "puro", per es. 6 = 1*2*3 oltre che solo 2*3.

5) D I V I S I O N E   T R A   D U E   N U M E R I   P R I M I

Per la divisione tra due numeri primi q/p = 6n + 1/6m + 1 le cose sono un po' più, poiché il risultato non è mai, per ovvi motivi, un numero intero. Però, aggiungendo o sottraendo 1 a "q" e a "p", il risultato diventa intero o semintero. Per es. 19/5 diventa (19-1) / (5+1) = 18/6 = 3, mentre 19/13 => 18/12 = 1,5 ; oppure 37/11 => 36/12 = 3, oppure 35/23 = 36/24 = 1,5 e cosi via. In tal caso, in generale, si ha (q +1) / (p +1) = n/m intero o semintero.

Nei riferimenti finali citiamo anche tutti i nostri lavori su tutte le conseguenze finora trovate delle forme $6k\pm1$ sulle varie congetture e argomenti riguardanti i numeri primi, dai numeri gemelli all'ipotesi di Riemann, passando per la primalità, la fattorizzazione, ecc. Potrebbero essere molto utili a chi volesse approfondire ulteriormente lo studio delle forme $6k\pm1$ dei numeri primi.

Riferimenti

1) “Proposta di dimostrazione del Teorema di Goldbach”, ed altri, in sezione “Articoli su Goldbach” del nostro sito www.gruppoeratostene.com

2) “**Procedure per la formazione delle G(N) coppie di Goldbach e per le T(N) terne di Goldbach” ,** idem

Altri riferimenti, in particolare sulle forme 6k±1 dei numeri primi:

Tutti gli altri articoli in sezione “Articoli su Goldbach”, idem

“Fattorizzazione con algoritmo generalizzato con quadrati perfetti in ambito delle forme 6k±1” ing. Rosario Turco, dott. Michele Nardelli, prof. Giovanni Di Maria, Francesco Di Noto, prof. Annarita Tulumello, prof. Maria Colonnese, in sezione “Articoli sulla Fattorizzazione”

“Riconducibilità dei numeri primi di Fermat e Mersenne nella forma “6n ± 1”

A cura del Gruppo Eratostene - http://www.gruppoeratostene.com/)

Con la collaborazione di Eugenio Amitrano(http://www.atuttoportale.it/), in sezione “Articoli sui Numeri Primi”

“ALGORITMO PER IL CALCOLO DEI NUMERI PRIMI NELLA FORMA “6n ± 1” A cura del Gruppo Eratostene – http://www.gruppoeratostene.com/) Con la collaborazione di Eugenio Amitrano (http://www.atuttoportale.it/**)** , idem

“FORMA 6k’ - 2, 6k’ E 6k’ + 2 DELLE POSSIBILI DIFFERENZE TRA DUE NUMERI PRIMI CONSECUTIVI- (q = 6n + 1 e p = 6m + 1 con k’ = n – m)

Gruppo Eratostene, idem

“RIEPILOGO GENERALE SULLE FORME P = 6n + 1 DEI NUMERI (con accenni ai numeri di forma 6n, 6n + 2)”, Gruppo Eratostene, idem

“TEST DI PRIMALITA , FATTORIZZAZIONE E π(N) CON FORME 6k± 1” ing. Rosario Turco, dott. Michele Nardelli, prof. Giovanni Di Maria, Francesco Di Noto, prof.Annarita Tulumello, in sezione “Articoli sui Problemi del Millennio”.

“I numeri nontotienti e noncototienti”, Gruppo Eratostene, in sezione “Articoli su Riemann”

“LA FUNZIONE σ(n) , LE FORME 6k ± 1 E LA RH1”

Gruppo Eratostene, idem

“Funzione totiente ed RH”, Gruppo Eratostene, idem

La funzione μ(n) e le sue relazioni con le forme numeriche 6k ± 1 , la funzione zeta e l’ipotesi RH - equivalente RH2” Gruppo Eratostene, idem

“LA FUNZIONE MEDIA DI MERTENS E L’ABBONDANZA DI GOLDBACH” Ing. Rosario Turco, Prof. Maria Colonnese, Gruppo Eratostene, idem

“Dai numeri multipli di 6 alla Riemann Hypothesis (i criteri di Robin e Lagarias)” Rosario Turco, gruppo Eratostene, idem

Caltanissetta 23.12.2010