

# ***La funzione zeta di Riemann in alcuni fenomeni naturali: quasi- cristalli, stringhe, livelli energetici, superconduttori***

**(e connessioni tra quasi-cristalli, atomi più stabili, serie di Fibonacci  
e Tavola periodica degli elementi)**

***Gruppo ERATOSTENE***

## ***Sommario***

In questo lavoro tratteremo brevemente dei fenomeni fisici sospettati di qualche relazione con la funzione zeta di Riemann, e quindi con l'omonima ipotesi (già studiata sotto l'aspetto puramente matematico), con la serie di Fibonacci e con la Tavola periodica .

I quattro fenomeni potenzialmente interessati sono:

- i quasi-cristalli;
- le stringhe;
- i livelli energetici degli atomi
- i superconduttori (circa la superconduttività elettrica ad alta temperatura, quest'ultimo fenomeno però solo indirettamente, tramite la teoria di stringa, che sembra connessa all'ipotesi di Riemann e quindi anche alla funzione zeta)

Tratteremo, infine, un capitolo anche su alcune interessanti connessioni numeriche tra i pesi atomici degli elementi chimici coinvolti nei diversi fenomeni, (più gli atomi più stabili, e quindi la stabilità nucleare) la serie di Fibonacci e la Tavola degli elementi chimici anche nel suo complesso

## ***Abstract***

In this paper we show some possible connections between zeta function of Riemann hypothesis and quasi-crystals, energetic levels of atoms and superconductivity (this only with string theory)

## *Capitolo I - Quasicristalli*

Si pensa da tempo (Dyson) che i quasi cristalli abbiano qualche relazione con la funzione zeta di Riemann, e anche con la serie di Fibonacci tramite i numeri di Pisot. Ne parla la Dott.ssa Rosanna Pellillo nel suo recente lavoro “Quasicristalli sulla retta – Sintesi” (Rif.1) reperibile su Internet all’omonima voce.

Qui ne citeremo un breve brano, a pag. 4:

“...Un importante esempio di quascristallo unidimensionale è il quasicristallo di Fibonacci, costruito attraverso il numero aureo  $\tau$  che è un numero di Pisot: ecco quindi l’importante relazione che c’è tra i numeri di Pisot e i quasicristalli. Ad oggi ancora non si è riusciti a classificare tutti i quasicristalli sulla retta: l’obiettivo quindi dei matematici è proprio riuscire a fare ciò. Al festival della matematica del 2008 lo studioso Freeman Dyson ha avanzato l’ipotesi che forse, riuscendo a classificare i quasicristalli unidimensionali, si potrebbe risolvere l’ipotesi di Riemann: infatti esiste un’analogia di comportamento tra i quasicristalli unidimensionali e gli zeri della funzione zeta di Riemann, che si trovano tutti su una retta e non se ne capisce il perché. Supponiamo, quindi, di aver classificato tutti i quasicristalli sulla retta e di trovare uno che corrisponda alla funzione zeta di Riemann. Supponiamo, poi, che tale quasicristallo abbia delle proprietà che lo identificano con gli zeri della funzione zeta di Riemann: a questo punto avremmo dimostrato l’ipotesi di Riemann!”

Per il resto si rimanda all’intero lavoro della Dott.ssa Pellillo.

Un riferimento più completo ai quasicristalli e alla funzione zeta è dato dallo stesso Freeman Dyson, sul sito di Progetto Polymath

“ Progetto Polymath – Festival della matematica 2008 Uccelli e rane di Freeman Dyson “

Dal quale citiamo solo i brani più interessanti:

“...Un altro scherzo di natura è costituito da un’analogia di comportamento fra i quasicristalli e gli zeri della funzione zeta di Riemann. I matematici si appassionano tanto agli zeri della funzione zeta in quanto sono situati su una linea retta e nessuno capisce perché. Secondo la famosa “ipotesi di Riemann”, tutti questi zeri, ad eccezione di quelli banali, sono situati su una linea retta. Da oltre un secolo,

dimostrare l'ipotesi di Riemann è il sogno di ogni giovane matematico. Voglio ora suggerire un'idea scandalosa: potremmo usare i quasi cristalli per dimostrare l'ipotesi di Riemann. Quanti di voi sono matematici potranno anche considerarla futile; agli altri, cioè ai non matematici, potrà sembrare priva di interessi, io però vi chiedo di prenderla in seria considerazione... I quasi cristalli possono esistere in spazi ad una, due o tre dimensioni. Dal punto di vista della fisica i più interessanti sono i quasicristalli tridimensionali, perché abitano il nostro mondo tridimensionale e possono essere studiati con metodi sperimentali. Ma dal punto di vista del matematico sono molto più interessanti i quasicristalli unidimensionali, perché ne esiste una varietà molto maggiore.

La definizione matematica di quasicristallo è la seguente. Un quasicristallo è una distribuzione di masse puntiformi discrete che ha una struttura reticolare. Ed ecco qual'è il rapporto tra i quasicristalli unidimensionali e l'ipotesi di Riemann. Se l'ipotesi di Riemann è vera, allora gli zeri della funzione zeta formano un quasicristallo unidimensionale come da definizione. Costituiscono cioè una distribuzione di punti-massa lungo una linea retta, e il loro spettro è anch'essa una distribuzione di punti-massa: uno per ciascun logaritmo dei normali numeri primi e delle loro potenze.

Il mio suggerimento è questo: facciamo finta di non sapere se l'ipotesi di Riemann sia vera e affrontiamo il problema, per così dire, dall'altro capo. Cerchiamo cioè di ottenere un'enumerazione completa dei quasicristalli unidimensionali.

In altri termini, enumeriamo e classifichiamo tutte le distribuzioni di punti che hanno uno spettro puntuale discreto: Quella di raccogliere e classificare specie nuove di oggetti è un'attività squisitamente galileiana, molto più adatta alle rane matematiche (i matematici che si occupano dei particolari, mentre gli "uccelli", che invece volano alto, N.d.A.A.). Troveremo così alcuni quasicristalli noti, ma anche tutto un universo di altri quasi-cristalli ignoti. Fra la moltitudine di questi altri quasicristalli, cerchiamone uno corrispondente alla funzione zeta di Riemann: Supponiamo di trovare uno dei quasicristalli inclusi nella nostra enumerazione dotato di proprietà che lo identifichino con gli zeri della funzione zeta di Riemann. . A quel punto avremo dimostrato l'ipotesi di Riemann e potremo metterci tranquilli ad attendere la telefonata che ci annuncia che abbiamo vinto la Medaglia Fields, l'equivalente per la matematica di un Premio Nobel.

Naturalmente questi sono sogni oziosi. Il problema di classificare i quasicristalli è di una difficoltà spaventosa. Ma la storia della matematica, se la guardiamo dal punto di vista galileiano, è fatta di problemi spaventosamente difficili che sono stati risolti da giovani troppo ignoranti per sapere che erano insolubili. La classificazione dei quasicristalli è uno scopo meritevole e chissà, potrebbe persino rivelarsi raggiungibile. Ma non è certo un vegliardo come me che può risolvere un problema di questo grado di difficoltà. Lo lascio quindi, come esercizio, ai giovani ranocchi che mi leggono".

## *Capitolo II - Stringhe*

Per le stringhe accenneremo solo a brani di due nostri lavori, che evidenziano la loro connessione sia con la serie di Fibonacci tramite le loro frequenze di vibrazioni, coincidenti con alcuni numeri primi naturali di forma  $6f \pm 1$  con  $f$  numeri di Fibonacci, sia con la funzione zeta.

Il primo lavoro è “Sulle possibili relazioni matematiche tra Funzione zeta di Riemann, Numeri Primi, Serie di Fibonacci, Partizioni e Teoria di Stringa”, di Michele Nardelli, Francesco Di Noto e Annarita Tulumello, pubblicato sia sul sito del Dott. Nardelli che sul Database Solar del CNR (Rif 2) Brani tratti dal Riassunto:

“Scopo del presente lavoro è quello di evidenziare le relazioni matematiche tra Teorie di Stringa, numeri primi (che sono alla base della funzione zeta di Riemann), serie di Fibonacci e calcolo delle partizioni...

All'interno del lavoro vengono esposti dei settori della teoria di stringa, precisamente le soluzioni cosmologiche da un sistema D3/D7, la soluzione applicata alla supergravità 10-dimensionale di tipo IIB ed alcune formule inerenti le qualità del vuoto eterotico da superpotenziali, quindi collegate alle compactificazioni della stringa eterotica su varietà 6-dimensionali non Kähleriane. Verrà qui evidenziato, come alcune soluzioni di equazioni di questi settori della teoria di stringa, sono correlate sia alla funzione zeta di Riemann, sia alla sezione aurea, quindi la strettissima correlazione con i numeri primi ed i numeri di fibonacci e, conseguentemente, per quanto evidenziato nel corso del lavoro, con i numeri primi naturali e le partizioni”.

Un'interessante relazione numerica tra i valori del rapporto e della sezione aurea e la funzione zeta è a pag. 28. ... Per questa relazione e anche per tutto il resto rimandiamo al suddetto articolo, ricordando che per alcuni fenomeni cosmologici, se ne parlerà anche nel prossimo capitolo sui livelli energetici, in una nota riepilogativa di uno di noi (Michele Nardelli).

Circa il nostro secondo lavoro, si tratta di “Fibonacci, dimensioni, stringhe: nuove interessanti connessioni” di Francesco Di Noto e Michele Nardelli, anche questo pubblicato sui siti prima accennati per il precedente lavoro. In questo secondo lavoro, si evidenzia un'importante connessione tra i numeri  $D$  di dimensioni spaziotemporali coinvolti nella teorie di stringa (2, 4, 6, 10, 15, 26) con i primi numeri  $F$  di Fibonacci 1, 2, 3, 5, 8, 13, tramite la semplice formula  $D = 2F$ .

In questo lavoro è più evidente la relazione tra le stringhe e la serie di Fibonacci piuttosto che con la funzione zeta, ma come vedremo, la serie di Fibonacci è presente, più o meno direttamente, anche in tutti gli altri tre fenomeni connessi alla funzione zeta, oltre che con le stringhe: per cui si sospetta anche una possibile relazione generale tra serie di Fibonacci e funzione zeta.

Anche per queste ed altre considerazioni, si rimanda a questo nostro secondo lavoro (Rif.3)

### *Capitolo III – Livelli energetici degli atomi*

Circa il terzo fenomeno sospettato di relazione con la funzione zeta, e cioè i **livelli energetici degli atomi**, riportiamo la nota riassuntiva di uno di noi (Michele Nardelli), che riguarda anche alcuni fenomeni cosmologici connessi con la funzione zeta:

Nel suo recente libro "L'enigma dei numeri primi", il matematico dell'Università di Oxford Marcus Du Sautoy, presenta con chiarezza esemplare le principali questioni risolte e irrisolte del mondo dei numeri primi, spiegando quale sia la loro importanza attuale in svariati campi tra cui la fisica quantistica. Tra di esse quelle che andremo ad analizzare in dettaglio è la famosa "Ipotesi di Riemann", il più grande mistero della matematica- come viene definito dallo stesso Sautoy.

Il matematico Riemann scoprì una formula che esprimeva un collegamento diretto fra i numeri primi e gli zeri: essa era intesa come un modo per comprendere i numeri primi attraverso l'analisi degli zeri. Montgomery ribaltò la formula, usando le conoscenze sui numeri primi per dedurre il comportamento degli zeri lungo la "retta di Riemann". La sua analisi sembrava indicare che quando si procedeva verso nord lungo la retta di Riemann, gli zeri, a differenza dei numeri primi, tendessero a respingersi. Montgomery si rese presto conto che, al contrario di quanto accadeva con i numeri primi, ad uno zero non seguivano mai altri zeri in rapida successione. I risultati ottenuti da Montgomery suggerivano la possibilità che gli zeri si distribuissero in maniera totalmente uniforme lungo la retta di Riemann. Per rappresentare il campo di variazione teorico della distanza fra zeri adiacenti, Montgomery costruì un diagramma che prende il nome di "grafico di correlazione di coppia". In esso sull'asse orizzontale è riportata la distanza fra coppie di zeri, mentre l'asse verticale misura il numero di coppie per ogni data distanza. Quando Montgomery espose quello che pensava potesse essere il comportamento degli intervalli che separano coppie di zeri, menzionando il suo grafico di distribuzione di quegli intervalli, il fisico Freeman Dyson gli riferì che era esattamente lo stesso comportamento degli autovalori delle matrici casuali hermitiane. Queste sono entità matematiche che vengono usate dai fisici quantistici per predire i livelli energetici nel nucleo di un atomo pesante quando lo si bombarda con neutroni a bassa energia. Montgomery, prendendo una sequenza degli zeri di Riemann e mettendola accanto a quei livelli energetici misurati per via sperimentale, poteva vedere immediatamente una chiara somiglianza. Sia gli intervalli fra gli zeri, sia quelli fra i livelli d'energia, si susseguivano in maniera molto più ordinata che se fossero stati scelti a caso. Le configurazioni da lui previste nella distribuzione degli zeri erano identiche a quelle che i fisici quantistici stavano scoprendo nei livelli energetici dei nuclei di atomi pesanti. Questo poteva significare che la matematica insita nei livelli quantistici d'energia nei nuclei degli atomi pesanti è la stessa matematica che determina la posizione degli zeri di Riemann. Negli anni '20 del novecento i fisici compresero che la matematica che descrive le frequenze del suono emesso da un tamburo poteva essere usata anche per calcolare i caratteristici livelli energetici a cui vibrano gli elettroni in un atomo. In questo senso, atomo e tamburo sono fisicamente equivalenti: forze presenti nell'atomo controllano le vibrazioni delle particelle subatomiche. Nell'atomo gli elettroni vibrano solo in modi ben definiti: quando un elettrone viene eccitato, comincia a vibrare ad una nuova frequenza. Ciascun atomo della tavola periodica

ha un proprio caratteristico insieme di frequenze a cui i suoi elettroni prediligono vibrare. Finchè non lo si osserva, sembra che un elettrone possa essere in due posti diversi allo stesso tempo, o che possa vibrare a molte frequenze diverse, a cui corrispondono diversi livelli energetici. Prima che lo osserviamo, un elettrone vibrerà, come un tamburo, in base ad una combinazione di frequenze diverse, ma all'atto dell'osservazione tutto quello che percepiamo è l'elettrone che vibra ad una singola frequenza. Secondo Montgomery e Odlyzko, gli zeri del paesaggio di Riemann avevano lo stesso aspetto delle frequenze di un tamburo quantistico: gli zeri, cioè, derivavano dai colpi di un tamburo matematico casuale le cui frequenze si comportano come i livelli energetici della fisica quantistica. Odlyzko tracciò il grafico relativo agli zeri di Riemann e lo confrontò con il grafico corrispondente che si otteneva dall'analisi delle frequenze di un tamburo quantistico casuale. Osservando l'andamento dei due grafici si accorse che, se all'inizio c'era una corrispondenza molto buona, ad un certo punto i dati relativi agli zeri di Riemann si discostavano bruscamente dal grafico delle frequenze teoriche dei tamburi quantistici casuali. Il grafico non seguiva più l'andamento statistico delle distanze fra zeri successivi, così come accadeva all'inizio, ma quello delle distanze fra l'n-esimo e l'(n+1000)-esimo zero. Odlyzko si era imbattuto negli effetti prodotti sul paesaggio di Riemann dalla "teoria del caos".

Il termine "caos" si utilizza quando un sistema dinamico è molto sensibile alle condizioni iniziali. Quando una minima variazione nel modo in cui si appronta un esperimento produce una drastica differenza nei risultati che si ottengono, questa è la firma inconfondibile del caos. Una delle manifestazioni della matematica del caos si ha nel gioco del biliardo. Su un normale tavolo da biliardo rettangolare non si manifesta alcun comportamento caotico nella traiettoria seguita dalla biglia. Essa è perfettamente prevedibile, ed un leggero cambiamento nella direzione iniziale del tiro non la altera in maniera sensibile. Ma su un tavolo da biliardo di forma simile a quella di uno stadio le traiettorie delle biglie assumono un aspetto completamente diverso: la fisica di un tavolo da biliardo a forma di stadio è "caotica". Quando i fisici analizzarono l'andamento statistico dei livelli energetici, scoprirono che esso variava a seconda che il tavolo da biliardo producesse traiettorie caotiche oppure normali. Se gli elettroni erano confinati in un'area rettangolare, in cui tracciavano traiettorie normali, non caotiche, allora i loro livelli energetici si distribuivano in modo casuale. In particolare, i livelli energetici risultavano spesso ravvicinati. Quando, invece, gli elettroni erano confinati in un'area a forma di stadio, in cui le traiettorie sono caotiche, i livelli energetici non erano più casuali. Seguivano difatti un andamento molto più uniforme, in cui non comparivano mai due livelli ravvicinati. I biliardi quantistici caotici producevano lo stesso andamento regolare già osservato da Dyson nei livelli energetici dei nuclei di atomi pesanti e da Montgomery e Odlyzko nell'ubicazione degli zeri di Riemann. Fu il Prof. M. Berry il primo a comprendere che gli scostamenti notati da Odlyzko fra i grafici della varianza degli zeri di Riemann e dei tamburi quantistici casuali indicavano che un sistema quantistico caotico poteva offrire il migliore modello fisico per il comportamento dei numeri primi.

Se il segreto dei numeri primi è davvero un gioco di biliardo quantistico, allora i numeri primi sono rappresentati da traiettorie molto speciali sul tavolo del biliardo. Alcune traiettorie fanno ritornare la biglia al punto di partenza dopo un certo numero di passaggi sul tavolo, dopodichè si ripetono uguali a se stesse. Sembra che siano proprio queste traiettorie speciali a rappresentare i numeri primi: ad ogni traiettoria corrisponde un numero primo, e tanto più una traiettoria si estende prima di ripetersi, tanto più è grande il numero primo corrispondente. La nuova svolta impressa da Berry potrebbe portare ad un'unificazione di tre grandi temi scientifici: la fisica quantistica, il caos e i numeri primi. Forse l'ordine che Riemann aveva sperato di scoprire nei numeri primi è descritto dal caos quantistico.

E la teoria di superstringa? E' possibile trovare delle correlazioni tra essa e ciò che abbiamo appena menzionato?

Un elettrone è una particella con spin pari a metà di un numero dispari ( $1/2$ ). Una tale particella viene chiamata "fermione". I "bosoni", invece, sono particelle aventi spin intero ( $1,2$ ). Un esempio di bosone è il fotone, la particella mediatrice della forza elettromagnetica. Tutte le particelle materiali hanno spin pari a quello dell'elettrone. Questo fatto si riassume affermando che le particelle hanno spin  $1/2$ , dove il valore  $1/2$  fornisce, più o meno, una misura di quanto veloce in senso quantomeccanico la particella sta ruotando. Per essere più precisi, spin  $1/2$  significa che il "momento angolare" dell'elettrone, dovuto alla rotazione, è pari a  $h/2$ .

Nel contesto della teoria delle stringhe, lo spin, così come la massa e la carica, è associato ad un particolare modo di vibrazione di una stringa. L'elettrone è quindi rappresentabile da una stringa fermionica il cui modo di vibrazione origina una particella avente spin  $1/2$ .

Affermare quindi che la funzione zeta di Riemann correla il moto orbitale degli elettroni in un atomo di numero atomico arbitrario, è come dire che la funzione zeta correla il modo di vibrazione di una stringa fermionica in un atomo avente numero atomico arbitrario. La funzione zeta di Riemann, e i teoremi ad essa correlati, sono quindi correlabili ad una stringa fermionica il cui modo di vibrazione origina una particella avente spin  $1/2$ , quale è appunto l'elettrone.

In un mio lavoro sono arrivato a nuovi sviluppi matematici inerenti la teoria delle superstringhe e la

funzione zeta di Riemann. Ho infatti ottenuto delle interessanti correlazioni, assumendo l'ipotesi di Riemann, tra il lemma 3 del Teorema di Goldston-Montgomery, un teorema del valor medio riguardante la funzione zeta di Riemann, ed alcune soluzioni solitoniche in teoria di campo di stringa. La parte matematica che ho approfondito, riguardo l'ipotesi di Riemann, è trattata nel lavoro: "La congettura di Goldbach" del Prof. A. Languasco e precisamente nella sezione intitolata "Teorema di Goldston-Montgomery". Anche in alcune formule contenute nell'importantissimo lavoro di Perelli e Pintz: "On the exceptional set for Goldbach's problem in short intervals", ho trovato delle connessioni con le soluzioni solitoniche sopra citate. Per quanto concerne il teorema del valor medio, esso è trattato nel capitolo 7 par.12 del volume di E.C. Titchmarsh "The Theory of the Riemann Zeta-function". Riguardo, infine, alla teoria di stringa, il lavoro che ho consultato ed approfondito è: "Soluzioni solitoniche in teoria di campo di stringa", e precisamente le appendici A e D, una tesi pubblicata dalla Dott.ssa V. Puletti.

Andiamo ad analizzare più in dettaglio tale lavoro.

Già tra la fine degli anni '80 e l'inizio degli anni '90, si era visto che i vari modelli di teoria di stringa ammettevano diversi tipi di "solitoni", che sono oggetti estesi: non semplicemente stringhe, ma "membrane" di dimensioni spaziali  $p$ , comunemente dette  $p$ -brane. Verso la metà degli anni '90 Polchinski, associò agli estremi della stringa aperta ulteriori tipi di solitoni, le Dirichlet  $p$ -brane ( $Dp$ -brane) sulle quali di fatto i capi sono confinati, identificando anche le cariche che garantiscono la stabilità delle brane e rese possibile definire una teoria di stringa in presenza delle  $D$ -brane per mezzo di un semplice cambiamento di condizioni al contorno agli estremi della stringa. Le brane possono essere caratterizzate da una tensione, massa per unità di volume, e da una carica; il loro spettro a bassa energia comprende anche campi di gauge. Sia i campi di gauge che i campi scalari nascono dal fatto che le stringhe aperte terminano sulle brane e sono infatti associati alle fluttuazioni della stringa rispettivamente trasversalmente o longitudinalmente alla brana stessa. La loro dinamica è estremamente complessa, ma nel limite di accoppiamento debole, si comportano proprio come dei muri rigidi. Poiché per un accoppiamento arbitrariamente grande questi oggetti possono diventare arbitrariamente leggeri, più leggeri infatti delle stringhe stesse, il loro comportamento domina la fisica delle basse energie, rendendole le vere protagoniste della teoria di stringa. In generale la massa del solitone è inversamente proporzionale alla costante di struttura fine tipica, così nella regione perturbativa è un oggetto classico, mentre nel limite di accoppiamento forte è del tutto simile ad un ordinario quanto. Le più recenti comprensioni di effetti non perturbativi nella teoria di stringa, quali l'instabilità della  $D$ -brana, ha permesso di dare un nuovo senso fisico alla presenza dei tachioni, particelle di massa quadrata negativa, nello spettro della stringa bosonica. Nel 1999 le congetture di Sen, legarono l'instabilità delle brane ed il fenomeno della condensazione tachionica, indirizzando il loro studio alla "teoria di campo di stringa" (SFT). L'esistenza del tachione di stringa aperta viene interpretata come l'instabilità della  $D$ -brana che supporta la stringa aperta e tale instabilità scompare nel vuoto tachionico in cui la brana decade. Inoltre il convincimento che le  $D$ -brane siano soluzioni solitoniche della teoria di stringa, trova un ulteriore conferma: una teoria di campo tachionica su brane instabili inclinate nello spazio ha brane di dimensioni più basse come soluzioni solitoniche.

Il lavoro della Puletti, affronta la problematica della condensazione tachionica nella "teoria di campo di stringa al contorno" (BSFT) ma procedendo con una funzione beta "non lineare", l'unica che permetta di trovare nuove soluzioni dell'equazione dei punti fissi del Gruppo di Rinormalizzazione (RG), consentendo così uno studio alternativo della relazione sul disco tra dinamica della stringa e flusso del RG. I punti fissi del RG, ottenuti dopo aver costruito funzioni beta non lineari, valide nell'ipotesi di profili tachionici lentamente variabili al secondo e terzo ordine dell'espansione in piccole derivate del campo tachionico, sono stati poi interpretati come solitoni della SFT per la relazione di proporzionalità tra l'azione effettiva e la beta non singolare nel caso di una metrica non degenerare, rappresentando così una configurazione di  $D25$ -brana e di due  $D$ -brane. Si è infatti voluto affrontare lo studio di possibili cambiamenti di background, che una volta evidenziati, sosterebbero l'indipendenza dal background della teoria di campo di stringa. Con questa tesi la Puletti dimostra che è possibile andare da un vuoto con una  $D$ -brana ad un vuoto con due  $D$ -brane così come andare da un vuoto con una  $D$ -brana al vuoto "vuoto". In particolare si è trovato che certi backgrounds sono soluzioni della teoria di campo di stringa aperta, ottenendo un background con brane multiple (una configurazione con due brane) partendo con un background con una  $D$ -brana. Poiché la teoria di stringa è una teoria quantistica relativistica che include la gravità, ed essendoci, secondo il fisico Berry, alla base degli zeri di Riemann un sistema quantistico con un omologo classico, moderatamente semplice ma caotico, è comprensibile la connessione trovata tra le formule inerenti le soluzioni solitoniche in teoria di campo di stringa e le formule inerenti le congetture di Montgomery e Goldbach contenute nei lavori di Languasco e Perelli.

A questo punto penso che sia possibile ampliare la mia ricerca, approfondendo le interessantissime tesi sui sistemi dinamici caotici applicate all'evoluzione dell'universo, del Prof. A. Palumbo, fisico dell'Università di Napoli, ed applicandole alla cosmologia di stringa. Brevemente, lo scienziato napoletano ipotizza che gli insiemi  $F_i$  (insiemi di onde), nati dopo il Big Bang, erano già presenti nella mente di Dio in quanto erano

uniti ad F (insieme originario) sin da quando il Creatore "eccitò" il punto (euclideo) nel quale era contenuto tutto l'universo.

Nel caso della cosmologia di stringa, le  $F_i$  rappresenterebbero gli spazi di Calabi-Yau che danno origine alle proprietà fisiche dell'universo che ci circonda (essi sarebbero delle varietà in cui le dimensioni extra sono compatte, "arrotolate", come in un gomitolo di lana), mentre F il campo unificato iniziale, in cui tutte le dimensioni sono completamente simmetriche ed arrotolate in un granellino multidimensionale (il punto euclideo prima menzionato) delle dimensioni di Planck. Quindi, le  $F_i$  costituirebbero l'insieme di stringhe che vibrando danno luogo ai vari tipi di particelle (fermioni e bosoni, quindi stringhe fermioniche e bosoniche). La F è identificabile con il big bang, quindi con l'esplosione del buco nero che ha dato origine all'universo (ricordiamo che, in teoria di stringa, un buco nero si tramuta in una particella di massa nulla, ad esempio un gravitone, che secondo la teoria delle stringhe altro non è che una stringa eccitata in un particolare modo di vibrazione). La prima rottura di simmetria (casuale) si produsse, più o meno, al tempo di Planck ( $10^{-43}$  secondi dopo il Big Bang), quando le tre dimensioni spaziali iniziarono ad espandersi, mentre le altre conservarono la loro estensione originaria. Queste tre dimensioni spaziali sono identificate con quelle la cui evoluzione è descritta dal modello cosmologico inflazionario. Sarà scopo di un prossimo articolo quello di descrivere in dettaglio tale applicazione, che certamente avallerà entrambe le tesi, la mia, che ha trovato le su citate relazioni tra teoria di campo di stringa e zeri di Riemann, quindi tra teoria di stringa e un sistema quantistico con un omologo classico, moderatamente semplice ma caotico, e quella del Palumbo, sui sistemi dinamici caotici applicati al sistema universo.

Qui i seguito i link che trattano delle connessioni matematiche tra la Teoria delle Stringhe e la Teoria dei Numeri

<http://150.146.3.132/679/01/NardLanBin02.pdf>

<http://150.146.3.132/647/01/NardTurcep.pdf>

## ***Capitolo IV . - Superconduttori***

Ora anche la superconduttività elettrica ad alta temperatura sembra poter essere spiegata con la teoria di stringa, che comporta, come abbiamo visto nei capitoli precedenti, anche la funzione zeta di Riemann, e quindi ci sarebbe una relazione indiretta: superconduttività – teoria di stringa – funzione zeta -Fibonacci.

Ne parla l'articolo "La prima volta delle stringhe- Grazie alla teoria delle stringhe è stato descritto un fenomeno quantistico" sulla rivista "Le Scienze" di settembre 2009 (Rif.4), dove, facendo riferimento ad un articolo di "SCIENCE" si legge:

“ Gli Autori hanno sfruttato una parte della teoria delle stringhe nota come “corrispondenza AdS/CFT (*anti-de-Sitter conformal field theory correspondence*), un formalismo che mette in relazione fenomeni del macroscopico universo relativistico con descrizioni al livello del microscopico mondo dei quanti. Applicando la corrispondenza con la situazione in cui un buco nero vibra quando un elettrone vi cade dentro, i ricercatori hanno descritto il modo in cui un elettrone entra ed esce da uno stato critico quantistico. La scoperta non spiega l'esistenza della

superconduttività ad alta temperatura, però ha risolto un problema che i fisici della materia cercavano di affrontare senza successo da anni, ed ha offerto una via d'uscita inattesa alla teoria delle stringhe.”

Poiché la funzione zeta e l'ipotesi di Riemann sono collegate alle teorie di stringa, ed ora questa sembra essere coinvolta in qualche modo (corrispondenza AdS/CFT, ecc) nei fenomeni quantistici riguardanti la superconduttività elettrica ad alta temperatura (che sarà spiegata in seguito, possibilmente ancora con la teoria delle stringhe), ci potrebbe essere benissimo anche una relazione indiretta tra funzione zeta e questo fenomeno, oltre che i quasicristalli ed i livelli energetici degli atomi; ne avremo conferma definitiva dopo ulteriori studi e ricerche matematiche e fisiche (sia nostre che di altri) in questa promettente e nuova direzione teorica, seguita, auspicabilmente, da possibili esperimenti che possano dare ulteriori e più solidi sostegni alla teoria delle stringhe, e indirettamente anche alle possibili connessioni tra funzione zeta ed i fenomeni oggetto di questo lavoro. Altre possibili connessioni emergono anche tra questi fenomeni e la serie di Fibonacci, molto importanti in natura, e non sarebbe da escludere una relazione anche indiretta tra funzione zeta e serie di Fibonacci in questi e/o anche altri fenomeni naturali. Ne accenneremo nei prossimi capitoli.

## *Capitolo V*

### *Relazioni tra numeri atomici, Tavola periodica e numeri di Fibonacci*

Ora qui, in questa fase finale, possiamo e vogliamo approfondire le relazioni tra i numeri della serie di Fibonacci ed i numeri atomici  $Z$  degli

elementi chimici, in particolare di quelli che formano le leghe dei quasicristalli, di quelli che formano gli atomi più stabili, e di quelli che riguardano gli elementi superconduttori, al fine di facilitare ai chimici il compito di classificare tutti i quasicristalli e di *trovarne uno con proprietà che lo identificano con gli zeri della funzione zeta di Riemann: un accenno finale sarà per i livelli energetici degli atomi (vibrazioni dei loro elettroni), poiché anche questi livelli sono connessi con la funzione zeta, poiché hanno una distribuzione non casuale, molto simile a quella degli zeri di zeta*. Tale approfondimento servirà anche per trovare altre relazioni con i fenomeni oggetto di questo lavoro (superconduttività, ma anche stabilità nucleare, ecc., vista una certa affinità chimica e quindi numerica, per esempio, nel secondo caso, tra i numeri  $Z$  degli elementi coinvolti nei vari fenomeni).

$Z$  = pesi atomici degli elementi coinvolti nei tre fenomeni considerati

EQS = Elementi coinvolti nei quasi cristalli

EPS = Elementi più stabili (Rif. 5)

ESC = Elementi superconduttori (NOTA 4)

$Z \approx 13n$   $Z$  circa multipli di 13 circa numeri di Fibonacci più vicini, o loro medie aritmetiche

Numeri Z	EQS	EPS	ESC	$Z \approx 13n$	$\approx$ Num. di Fibonacci
1		Idrogeno			1
3	Litio				3
6		Carbonio		$6 = 5 + 1$	$\approx 5$
13	Alluminio		Alluminio	$13 = 13 \times 1$	13 , 13
14		Silicio		$14 = 13 + 1$	$\approx 13$

22	<b>Titanio</b>		$22 = 21 + 1$	$\approx 21$
25	<b>Manganese</b>		25	
26	<b>Ferro</b>		$26 = 2 \times 13$	$26 \approx 27,5 = (21 + 34)/2$
27	<b>Cobalto</b>		$27 = 13 \times 2 + 1$	27 ... ..
28	<b>Nichel</b>			
29	<b>Rame</b>			
30	<b>Zinco</b>		$30 = 34 - 4$	
31		<b>Gallio</b>	$31 = 34 - 3$	$\approx 34$
32		<b>Germanio</b>	$32 = 34 - 2$	$\approx 34$
40	<b>Zirconio</b>		$40 = 13 \times 3 + 1 = 34 + 6$	
41		<b>Niobio</b>	$41 = 13 \times 3 + 2$	
46	<b>Palladio</b>			
48	<b>Cadmio</b>			
49		<b>Indio</b>		
50		<b>Stronzio</b>	<b>Stronzio</b>	$50 = 55 - 5 \approx 55$
67	<b>Osmio</b>		$67 = 13 \times 5 + 2$	
70	<b>Itterbio</b>		$70 \approx 72 = (55 + 89)/2$	
80		<b>Mercurio</b>	$80 = 13 \times 7 + 2$	$\approx 89$
82		<b>Piombo</b>	$82 = 13 \times 7 + 4 = 89 - 7$	$\approx 89$

Rapporti tra alcuni numeri atomici EQS, connessi a  $1,618 = \Phi$

$$26/13 = 2 \approx 2,11 = (1,618^2 + 1,618)/2$$

$$67/26 = 2,57 \approx 2,617 = 1,618^2$$

$$67/40 = 1,675 \approx 1,618$$

Alcuni elementi EQS formano delle leghe, per esempio Cadmio - Itterbio,

con numeri atomici 48 e 70; il rapporto  $70/48 = 1,458 \approx 1,4411 = \Phi * \sqrt[8]{\Phi}$ ;  
 altro esempio Nichel - Cobalto, con rispettivi numeri atomici

28, 27 e con rapporti  $28/27 = 1,037 \approx 1,030 = \sqrt[16]{\Phi}$ , e così via: sembra esserci, nei rapporti tra i vari numeri atomici coinvolti, una connessione con il numero aureo 1,618 e quindi anche con la serie di Fibonacci, e ciò in conseguenza della vicinanza di alcuni numeri atomici con i numeri di Fibonacci.

Rapporti tra alcuni numeri atomici EPS

$$82/50 = 1,64 \approx 1,618$$



possibilmente , anche ai quasicristalli (elementi EQC), visto che essi sono già sospettati, in particolare quelli unidimensionali o almeno uno di essi) di essere connessi alla funzione zeta.

Esiste anche un quasicristallo unidimensionale di Fibonacci, (vedi lavoro della Dott.ssa Pellillo) candidato alla suddetta connessione. Ma la connessione di tutti questi numeri compresi nella Tavola periodica e la serie di Fibonacci non finisce qui.

Infatti, nella Tavola, abbiamo **2** elementi nella prima riga (Idrogeno ed Elio), **8** elementi nella seconda nella terza riga,  $18 = 17 + 1$  elementi nelle successive quattro righe, e  $14 = 13 + 1$  nelle ultime due righe relative ai Lantanoidi e agli Attinoidi:

notiamo facilmente che **2**, **8** e **13** sono numeri di Fibonacci, mentre 17 è la media aritmetica tra **13** e **21**, poiché:

$(13 + 21)/2 = 34/2 = 17$  , ed anche **34** è un numero di Fibonacci.

La tavola periodica è quindi regolata, nel suo complesso (**numeri** di elementi nelle righe successive) , dalla serie di Fibonacci, limitatamente e direttamente ai numeri **1**, **2**, **8**, **13**, (mancano il 3 e il 5) ; ed indirettamente anche a **21** e **34**, la cui media è 17 di  $18 = 17 + 1$ . Questa connessione, pensiamo, non è stata ancora osservata da nessuno. Se riscriviamo i numeri della Tavola in forma equivalente (righe di 18 elementi ciascuna) i numeri EQS, EPS ed ESC si ridistribuiscono ancora con un certo ordine, e quindi in modo non casuale, segno di una profonda connessione tra loro e quindi tra le proprietà fisiche e chimiche degli elementi chimici che rappresentano:

<b>1</b>	2	3	4	5	<b>6</b>	7	8	9	10	11	12	<u><b>13</b></u>	<b>14</b>	15	16	17	18
19	20	21	<b>22</b>	23	24	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	33	34	35	36
37	38	39	<b>40</b>	<b>41</b>	42	43	44	45	<b>46</b>	47	<b>48</b>	<b>49</b>	<u><b>50</b></u>	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	<b>67</b>	68	69	<b>70</b>	71	72
73	74	75	76	77	78	79	<b>80</b>	81	<b>82</b>	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108
109	110	111	112	113	114	115	116	117	118								

Numeri neri in corsivo (EQS) nella parte centrale superiore, tranne il 70, isolato nella terzultima colonna; numeri rossi (EPS) : 14, 32 e 50 (vicini ai numeri di Fibonacci 13, 34 e 55) nella 14° colonna, mentre 1, 6 e 82 sono più isolati in altre righe e colonne, con 1 numero di Fibonacci,  $6 = 5 + 1$ ,  $82 = 89 - 7$  ; numeri blu (ESC): 13, 31, 49 e 50 (con 13 e 50 appartenenti anche ad altri gruppi) nella 13° e 14° colonna, con 41 e 80 isolati in altre righe e colonne; anche qui, 31 e 49 sono contigui ai numeri 32 e 50 degli elementi più stabili. Anche questa nuova distribuzione dei numeri Z non è casuale rispetto ai numeri EQS, EPS ed ESC, connessi alla serie di Fibonacci e possibilmente alla funzione zeta (già sospetta nei quasicristalli, e ora da noi sospettata anche nei superconduttori)

Il gruppo particolare di numeri, con 13 (nero e blu) e 50 (blu e rosso) ripetuto :

<u>13</u>	14
31	32
49	<u>50</u>

contiene ben sei numeri zeta (otto con le due ripetizioni) che riguardano i vari gruppi numerici; e con la caratteristica che sono a due a due consecutivi, e vicini ai numeri di Fibonacci 13, 34 e 55. Inoltre, notiamo che  $14 = 13 + 1$  (con 13 ed 1 numeri di Fibonacci);  $32 = 34 - 2$  (34 e 2 sono numeri di Fibonacci);  $50 = 55 - 5$  (5 e 55 sono numeri di Fibonacci). Ed ancora:  $31 = 34 - 3$  (con 3 e 34 numeri di Fibonacci) e  $49 = 55 - 5 - 1$  (con 1, 5 e 55 numeri di Fibonacci).

## *Conclusioni*

Se tutto ciò si dimostrasse vero, l'ipotesi di Riemann potrebbe avere benissimo risvolti fisici e chimici (quasicristalli, livelli energetici, elementi più stabili, superconduttori) connessi in qualche modo alla funzione zeta coinvolta nei suddetti fenomeni. Un futuro progetto di ricerca teorica potrebbe tentare di cercare e trovare tutte le possibili connessioni matematiche tra:

**numeri primi – teoria di stringa - ipotesi di Riemann – funzione zeta  
– livelli energetici - quasicristalli – super conduttori – elementi più  
stabili – Tavola periodica - serie di Fibonacci**

oltre a quelle da noi trovate (specialmente su Fibonacci) ed accennate in questo lavoro.

### *Riferimenti*

1. “Quasicristalli – Sintesi” di Rosanna Pellillo (web)
2. “Sulle possibili relazioni matematiche tra Funzione zeta di Riemann, Numeri primi, Serie di Fibonacci, Partizioni e Teoria di Stringa” sul sito del Dott: Michele Nardelli
- 3 “Fibonacci, dimensioni, stringhe: Nuove interessanti connessioni” di Francesco Di Noto e Michele Nardelli (idem)
4. “La prima volta delle stringhe” Le scienze” settembre 2009.
- 5.” La serie di Fibonacci e le serie numeriche naturali (snn - Come la natura evita i quadrati”, Gruppo Eratostene, pubblicata sia sul nostro sito sia sul sito del Dott. Nardelli

### *SITI*

[www.gruppoeratostene.com](http://www.gruppoeratostene.com)

del gruppo Eratostene

<http://xoomer.alice.it/stringtheory>

del Dott. Michele Nardelli

<http://geocities.com/SiliconValley/Port/3264>

dell'Ing. Rosario Turco

<http://MATHBuildingBlock.Blogspot.com>

dell'Ing. Rosario Turco

<http://rudimathematici.com/bookshelf.htm>

Sito con i lavori dell'Ing. Rosario Turco

[http://150.146.3.132/perl/user\\_eprints?userid=36](http://150.146.3.132/perl/user_eprints?userid=36)

Database Solar del CNR, con i lavori del Dott. Michele

Nardelli

Nota 1 sull'operatore di Riemann e la fisica.

Dal libro “L'ossessione dei numeri primi” di J. Derbyshire, Bollati Boringhieri, pag. 330-331:

“...Nel 1971, il fisico Martin Gutzwiller trovò un modo per collegare i sistemi caotici su larga scala con i sistemi analoghi nel mondo

quantistico, ammettendo che il fattore quantistico, la costante di Planck, tendesse a zero nelle equazioni quanto - meccaniche, e calcolando i limiti.

Le orbite periodiche alla base di questo sistema caotico classico corrispondono agli auto-valori dell'operatore che definisce questo sistema << semiclassico >>. Michael Berry sostenne che se esiste un operatore di Riemann, esso modella uno di questi sistemi caotici semiclassici, ed i suoi auto-valori, le parti immaginarie degli zeri di zeta, sono i livelli di energia di quel sistema (Vedi Cap. III di questo lavoro, N.d.A:A). Le orbite periodiche nell'analogo sistema classico-caotico corrisponderebbero ai ...numeri primi! (Ai loro logaritmi, per essere precisi). Berry sostenne inoltre che questo sistema semiclassico non sarebbe stato simmetrico rispetto all' << inversione del tempo >> ovvero, se tutte le velocità di tutte le particelle nel sistema fossero state istantaneamente e simultaneamente invertite, il sistema non sarebbe ritornato nel suo stato iniziale. (I sistemi caotici possono essere reversibili oppure no. Quelli che sono reversibili non sono modellati da operatori di tipo GUE, ma da un altro tipo di operatori che fanno parte di un insieme diverso, il GOE, Gaussian Orthogonal Ensemble, insieme ortogonale gaussiano).

Il lavoro di Berry (per gran parte svolto in collaborazione con un collega di bristol, Jonathan Keating) è sottile e profondo. Egli ha, per esempio, analizzato la formula di Riemann – Siegel in grande dettaglio alla ricerca di intuizioni sugli zeri e i loro effetti reciproci in intervalli differenti. Al tempo in cui scrivo, egli non ha identificato alcun sistema dinamico che corrisponda all'operatore di Riemann, ma grazie al suo lavoro, se un operatore del genere esiste, lo conosceremo immediatamente quando lo vedremo”

Tale operatore di Riemann, una volta scoperto, potrebbe essere utile anche per verificare il coinvolgimento della funzione zeta nel quasicristallo, ancora da scoprire, che ne rispetterà le caratteristiche (intervalli tra gli zeri ecc.); ed eventualmente anche nei superconduttori, una volta perfezionata la loro relazione con la teoria di stringa e quindi anche con l'ipotesi di Riemann e la funzione zeta.