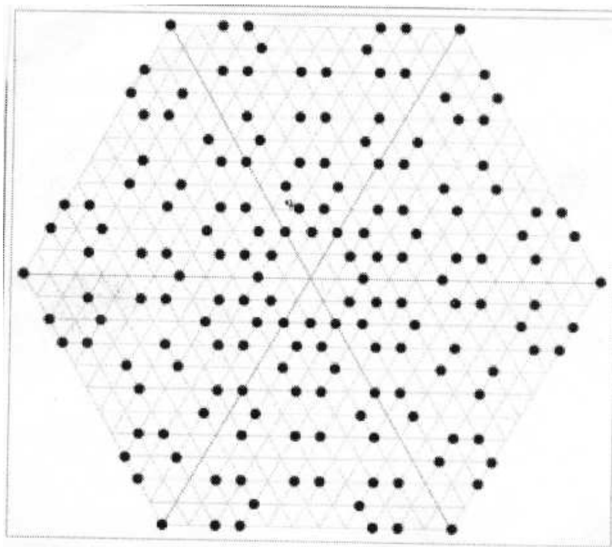
I NUMERI PRIMI DI EISENSTEIN
e le forme 6n -1 e 6n + 1



Rappresentazione di alcuni numeri primi di Eisenstein.

Questi numeri primi (reali e complessi) sono descritti alla voce di Wikipedia "Numero primo di Eisenstein", da cui è presa l'immagine di cui sopra. Diciamo brevemente che un primo di Eisenstein è un intero di Eisenstein

$$a\omega + b$$

dove ω è la radice complessa cubica dell'unità

$$\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$$

In questo lavoro ci occuperemo però soltanto dei numeri di Eisenstein reali, poiché sono riconducibili alla forma aritmetica generale 6n -1 (l'altra forma dei numeri primi è 6n +1) poiché i numeri primi reali di

Eisenstein sono di forma

$$3n-1 \qquad (1)$$

e sen è pari, essi diventano di forma $3(2n) -1 = 6n-1$; e tale forma genera circa metà dei numeri primi, compresi quindi i numeri di Eisenstein.

Per n numero naturale dispari, infatti, 3n+1 dà come risultato un altro numero dispari, e sottraendo 1 a questo numero dispari si ottiene un numero pari, ovviamente non primo, e la forma 3n-1 = numero primo non viene soddisfatta. Per es., per n = 5, dispari:

3 x 5 -1 = 15 – 1 = 14 numero pari.

Poiché i numeri pari che soddisfano la (1) sono infiniti, anche i numeri di Eisenstein sono anch’essi infiniti.

α (un numero complesso di Eisenstein) moltiplicato da un intero di Eisenstein in modo tale che il prodotto è un numero naturale primo di forma 3n +1. Anche qui però n deve essere pari affinché 3n +1 sia dispari (e in questo caso anche primo) primo, come per 3n-1. In tal modo anche l’altra forma dei numeri primi, 6n +1, viene coinvolta nella concezione dei numeri di Eisenstein (la forma 6n +1 contiene l’altra infinita metà dei numeri primi).

Ecco quindi la connessione tra i numeri primi di Eisenstein e le forme generali dei numeri primi 6n-1 e 6n+1 (Eulero).

Tutti gli altri tipi particolari di numeri primi, dai più rari (di Mersenne, di Fermat, di Landau) ai più frequenti (numeri primi gemelli, numeri primi di Sophie Germain, numeri primi di Chen, ecc.) sono ovviamente riconducibili a tali forme generali.

Concludiamo con il numero primo di Eisenstein reale più grande che (nel 2005) è

$$27653 \cdot 2^{9167433} + 1$$

scoperto da Gordon

(http://primes.utm.edu./top20/page.php?id=3)

Gruppo ERATOSTENE