

**POSSIBILI RELAZIONI TRA LE
SEI CONGETTURE PRINCIPALI
(E IL TEOREMA DI FERMAT) SUI
NUMERI PRIMI
(GRIGLIA DELLE POSSIBILI CONNESSIONI)**

Com'è noto, sui numeri primi esistono da tempo varie congetture, da quelle più piccole (già risolte o in via di soluzione, come la congettura forte di Goldbach, che chiameremo G2, la congettura debole di Goldbach, che chiameremo G3, la congettura dei numeri primi gemelli, che chiameremo g) a quelle più grandi (ipotesi generalizzata di Riemann, che chiameremo GRH, ipotesi di Riemann, RH, e P versus NP, con il suo migliaio di problemi non polinomiali tra i quali quello della fattorizzazione veloce che qui ci interessa maggiormente, e che chiameremo FV, tralasciando tutti gli altri problemi NP (non si sa però ancora bene se FV sia NP-completo). E anche P versus NP è, insieme a RH, uno dei sei problemi del millennio (poichè il settimo, l'ipotesi di Poincarè è stata recentemente

dimostrata dal matematico russo Grigory Perelmann).

Scopo del presente progetto di ricerca è quello di evidenziare tutte le possibili connessioni tra le congetture minori (G2, G3, g,) e il Teorema di Fermat (che chiameremo brevemente TF), con le congetture maggiori (GRH, RH, FV in rappresentanza del vasto gruppo dei problemi NP). Dimostrando le congetture minori e studiando bene le loro possibili connessioni con il TF (e specialmente tra G2 e TF) e con le congetture maggiori, si potrebbero poi fare notevoli e decisivi passi avanti anche nella dimostrazioni di quest'ultime. Per esempio, partendo, come vedremo, da G3 e da g, che sono sottoproblemi della GRH, si potrà poi giungere più facilmente alla sua dimostrazione, e quindi alla dimostrazione di RH, poiché GRH implica chiaramente RH: se è vera la prima è vera anche la seconda, il suo caso più semplice. Ma esiste anche una relazione tra G2, TF ed RH, come possibile percorso alternativo alle connessioni G2, G3, GRH, RH, che esploreremo ugualmente insieme ad altri possibili percorsi, per esempio g, GRH, RH, partendo qui dai numeri gemelli (se g è vera, è possibile che sia vera anche GRH, della quale è un sottoproblema insieme a G3, e quindi anche RH è vera).

In breve, costruendo una griglia delle sei congetture più il teorema di Fermat TF, avremo sette elementi più le loro combinazioni /connessioni a due a due, e cioè $7 \times 6 / 2 = 21$ possibili connessioni bilaterali senza ripetizioni, più le sei congetture e il TF, di cui TF, G1, G2 e G3 già dimostrati o in via di dimostrazione con nostri o altrui lavori. Tali dimostrazioni delle congetture minori e di TF potrebbero ben presto poi portare alla dimostrazione di GRH, e quindi anche di RH poiché da GRH a RH il passo è breve, essendo RH il primo caso della GRH, così come G2 è il primo caso e G3 il secondo, di una serie infinita di $G(2k)$ e $G(2k+1)$ (N pari e dispari come somma di $2k$ primi e $2k + 1$ primi a partire da un numero minimo = $2k$ o $2k + 1$, come per esempio per G2, con $k = 2$, il numero minimo è $2 \times k = 2 \times 2 = 4$, e per G3 con $k = 3$, il numero minimo è $2 \times 3 + 1 = 7$, come da suddetta regola generale. Per fare un altro esempio, un numero pari N può essere la somma di $k = 6$ numeri primi, con numero minimo $2 \times 6 = 12$, o un numero dispari N può essere somma di $k = 7$ numeri primi, con N minimo = $2 + 7 + 1 = 15$ (generalizzazione-estensione della congettura di Goldbach a $2k$ primi, con $2k$ pari e $2k+1$ dispari.

Accenneremo in seguito al nostro lavoro contenente tale

generalizzazione.

GRIGLIA

	g	G2	G3	TF	GRH	RH	FV
g	<u>si</u>	si	?	?	si	?	si
G2		<u>si</u>	si	si	?	si	?
G3			<u>si</u>	?	si	?	?
TF				<u>si</u>	?	si	?
GRH					?	si	?
RH						<u>si</u>	?
FV							?

Consideriamo già dimostrate (“si” sottolineato) le congetture **g**, **G2**, **G3** con i nostri o altrui lavori, e così pure il Teorema di Fermat (dal matematico inglese Wiles), reperibili nei nostri siti, e non dimostrate la **GRH**, la **RH** e la **FV**. Esistono già le connessioni/relazioni matematiche (contrassegnate con “si” al relativo incrocio riga-colonna tra le varie congetture, per esempio tra **g** (gemelli) e **G2** (Goldbach forte), e quindi “si” nel relativo incrocio tra **g** e **G2** ; mentre laddove non ci sono ancora connessioni dimostrate o in via di

dimostrazione, poniamo un punto interrogativo, che cancelleremo e sostituiremo con un “si” quando noi stessi o altri studiosi troveranno la relativa connessione matematica.

Scopo principale delle nostre future ricerche, è infatti quello di trovare tali connessioni, ed esse finiranno ovviamente quando tutti i punti interrogativi saranno eliminati: a quel punto, tutte le congetture saranno dimostrate, tramite le connessioni o direttamente (per esempio, si potrà dimostrare la RH senza ricorrere alle dimostrazioni di altre congetture, oppure tramite la dimostrazione della GRH, ecc.).

Finora abbiamo tre congetture che riteniamo già dimostrate, e il TF già dimostrato da Wiles, ed alcune connessioni già dimostrate (per esempio tra g e $G2$, una coppia di gemelli è sempre l'ultima coppia di Goldbach per molti N pari di forma $N=12$), o connessioni evidenti (per esempio GRH implica RH anche se entrambe ancora non dimostrate, ed è per questo che al loro incrocio abbiamo messo un “si”).

Rimangono da dimostrare tutte le rimanenti congetture e relative connessioni, per esempio tra $G2$ e FV , che pure ci potrebbe essere.

Vediamo ora i nostri e altrui lavori sulle connessioni già dimostrate (o evidenti, come GRH - RH).

1) **g, Congettura dei numeri gemelli infiniti e connessioni**

g-G2 e g-GRH

a) Vedi nostro lavoro “ Teoremi sulle coppie di Goldbach e le coppie di numeri primi gemelli: connessioni tra funzione zeta di Riemann, Numeri primi e Teorie di stringa”, sul sito del Prof. M. Nardelli:

<http://xoomer.alice.it/stringtheory>

b) Un altro nostro lavoro sui numeri primi gemelli (“I numeri gemelli e l’ipotesi di Riemann generalizzata, con accenno al problema $P = NP$ ” e quindi indirettamente anche a FV), è ancora in corso di preparazione, e sarà pubblicato nello stesso sito presumibilmente nel corso del 2008; in questo lavoro si confronta la nostra dimostrazione per assurdo della congettura dei numeri gemelli con una analoga dimostrazione contenuta nel recente lavoro “There are infinitely many pair of twin prime”, dei due matematici contenente anch’esso cinesi Zahanle Du e Shouyu Du, e pubblicata sul sito:

<http://uk.arxiv.org/abs/math.GM/0510171>

I nostri primi ma ancora incompleti lavori su Goldbach (con una griglia numerica per tutte le coppie possibili coppie di Goldbach la cui somma rappresenta, anche più volte, tutti i numeri pari $N \geq 4$, tranne i

più piccoli, rappresentati una sola volta da un'unica coppia di

Goldbach, per es.:

$8 = 3 + 5$, $12 = 7 + 5$, ecc, mentre $24 = 5 + 19$, $7 + 17$, $11 + 13$ e

quindi da tre coppie di Goldbach), e sui numeri primi gemelli, sono

reperibili sul nostro sito, sezione “Articoli su Goldbach”

Infine, è possibile una connessione $g - FV$ (scomporre velocemente il prodotto di due numeri primi gemelli è possibile secondo una semplice formula che riporteremo nel lavoro in corso sui gemelli prima accennato, e quindi, almeno nel caso dei primi gemelli, la connessione $g - FV$ già esiste, ed in seguito potrebbe essere estesa anche al prodotto di altre coppie di numeri primi. Per cui nella griglia mettiamo già un “sì”, in attesa di eventuali futuri sviluppi dell’argomento. (La griglia è proiettata così nel futuro, quando, con il completamento delle connessioni ancora mancanti, sarà del tutto completata).

2) G2, Congettura forte di Goldbach e connessioni G2-G3 e G2-GRH

Premesso che G3 , così come g. è un sottoproblema di GRH, vedere

i lavori vari sul nostro sito e sul sito del Dott. M. Nardelli già citato:

<http://xoomer.alice.it/stringtheory>

e in modo particolare il lavoro “Note su una soluzione positiva per le due congetture di Goldbach” (e cioè G_2 e G_3), e “ Su alcuni possibili contributi utili alla dimostrazione dell’ipotesi di Riemann (RH ed RGH) , prima e seconda parte. Un altro nostro lavoro su Goldbach , “Nuove considerazioni e nuovi calcoli logaritmici utili alla dimostrazione della congettura di Goldbach” si può trovare sulla rubrica Non solo stringhe” del suddetto sito, mentre un altro lavoro “Nuova proposta di dimostrazione della congettura di Goldbach” è ancora in preparazione, e sarà pubblicato presumibilmente nel corso del 2008. Infine il lavoro “La congettura di Goldbach è un teorema” dell’ing. Rosario Turco (informatico) con accenno positivo alla nostra griglia numerica delle coppie di Goldbach, vedi lavoro sopra accennato, è stato pubblicato sul sito di Rudimathematici (vedi sezione” link”) con algoritmi finali per il calcolo delle $G(N)$ coppie di Goldbach per i numeri pari $N \geq 4$ (vedi in sezione “Software” il “Programma per il calcolo di $G(N)$ ”.

Altri due algoritmi sono stati sviluppati anche dal Prof. Giovanni Di

Maria, anche lui informatico e membro del gruppo Eratostene, e i loro risultati sono già sul nostro sito (vedi 2Articoli del Prof. Di Maria) con i titoli:

a) “Numero totale di coppie di PRIMI per tutti i numeri pari tra 6 e 10 000”;

b) Elenco delle coppie di PRIMI che formano un numero pari da 1 a 1 000).

Per quanto riguarda G3, è noto che sotto GRH, della quale è un sottoproblema, essa è vera per ogni $N \geq 10^{20}$ (Zinoviev 1997)

ed è vera per ogni $N < 10^{20}$ (Deshouillers- Effinger –Riele – Zinoviev 1997); noi dimostriamo che essa è vera già da $N = 7$, senza ricorrere alla GRH, pur non escludendo tali connessioni , ma basandoci solo sulla nostra dimostrazione della congettura forte di Goldbach, vedere connessioni G2-G3 al punto 2).

Infine, ci sarebbe anche una possibile relazione tra congettura di Goldbach, Teorema di Fermat e funzione zeta di Riemann, vedi punto

3) successivo sul TF, il Teorema di Fermat, ed è per questo motivo che abbiamo inserito il TF nella nostra griglia delle connessioni.

3) TF, Teorema di Fermat, e le sue connessioni con Goldbach ed RH

Circa il Teorema di Fermat , TF , già dimostrato da Wiles e al quale rimando, l'Ing. Rosario Turco, informatico, in un suo recente lavoro “Legami tra ultimo teorema di Fermat, zeta di Riemann e congettura di Goldbach” già pubblicato sul suo sito prima ricordato, accenna ad una possibile relazione tra il Teorema di Fermat e le due congetture, quella di Goldbach forte e quella di Riemann tramite la sua nota funzione zeta. Quindi possiamo considerare così connessi TF – G2, TF - Rh e G2 – RH, e nella griglia mettiamo un “si”.

4) GRH ed RH

Circa queste due congetture, possiamo dire che GRH implica la RH come caso più semplice, e dimostrando GRH si dimostra automaticamente anche RH, così come, ma al contrario, dimostrando G2 ne consegue anche G3. La GRH è connessa a g ed anche a G3 (che sono due suoi sottoproblemi, come pure il test di primalità di Miller – Rabin, già dimostrato, e il teorema dei numeri primi (TNP) anch'esso già dimostrato. Le dimostrazioni, sia nostre che di altri matematici, di g e G3 rafforzano ovviamente anche la GRH.

Circa la RH, con il Dott. M.Nardelli abbiamo di recente proposto una nostra soluzione positiva con il lavoro “ Proposta di dimostrazione

della variante Riemann di Lagarias equivalente all'Ipotesi di Riemann RH, con $RH1 = RH$, già sul sito del Dott. Nardelli già Indicato in questo lavoro, e anche sul sito dell'Ing. Turco, che condivide la nostra soluzione. Per cui anche su RH mettiamo un "si".

Conclusioni

Rimangono così le altre 14 possibili connessioni da completare in futuro, con nostri o altrui lavori che vedranno la luce in un futuro più o meno prossimo; ad ogni nuova connessione trovata, aggiorneremo la nostra griglia, citando ovviamente l'Autore che l'ha trovata, il titolo del relativo articolo e gli estremi (riviste, siti, ecc.) per reperirlo.

GRUPPO ERATOSTENE

**Francesco Di Noto
Giovanni Di Maria
Michele Nardelli
Annarita Tulumello**

Caltanissetta 1.6.2010 (data di revisione)