Triangoli di primi

Disposizione triangolare dei numeri primi di forma 6n ± 1

A cura del *Gruppo Eratostene*
(http://www.gruppoeratostene.com/)

Con la collaborazione di *Eugenio Amitrano*
(http://www.atuttoportale.it/)

Caltanissetta, 11/10/2010

Contenuti dell'articolo:

↔

- ## Introduzione

Si è sempre saputo che molte delle più grandi scoperte, cioè quelle che hanno rivoluzionato il nostro mondo, sono avvenute per caso quando ci imbattiamo in un'osservazione di fenomeni da un'altra prospettiva. È in quel preciso momento che ci viene svelato un volto nuovo del fenomeno che potrebbe cambiare le cose.

In questo breve articolo, però, non viene presentata nessuna meravigliosa scoperta, si vuole solo invitare il lettore più curioso ad osservare due particolari triangoli ottenuti disponendo: nel primo i numeri di forma $6n-1$ e nel secondo numeri di forma $6n+1$.

Ciò che si vuole mostrare, sono delle interessanti strutture ripetitive presenti in questi triangoli di numeri.

- ## Triangolo 6n–1

In questo triangolo disponiamo i numeri di forma $6n-1$, a partire dalla condizione $n=0$. Inoltre nel triangolo sono evidenziati i numeri semiprimi come specificato nella legenda.

-1

5 11

17 23 29

35 / 35 41 47 53

59 65 71 77 83

89 95 101 107 113 119

125 131 137 143 149 155 161

167 173 179 185 191 197 203 209

215 221 227 233 239 245 / 245 251 257 263

269 275 281 287 293 299 305 311 317 323

329 335 341 347 353 359 365 371 377 383 389

Legenda:	numeri in **Rosso**	*multipli di 5*
	numeri in **Blu**	*multipli di 7*
	numeri in **Verde**	*altri numeri semiprimi o non primi*
	numeri in **Nero**	*numeri primi*

• Triangolo 6n+1

In quest'altro triangolo invece, disponiamo i numeri di forma $6n+1$, a partire sempre dalla condizione $n=0$. Anche in questo caso, nel triangolo sono evidenziati i numeri semiprimi come specificato nella legenda.

1

7 13

19 25 31

37 43 49 55

61 67 73 79 85

91 97 103 109 115 121

127 133 139 145 151 157 163

169 175 175 181 187 193 199 205 211

217 223 229 235 241 247 253 259 265

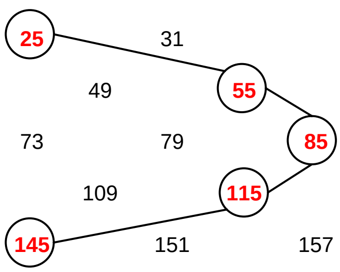
271 277 283 289 295 301 307 313 319 325

331 337 343 349 355 361 367 373 379 385 385 391

Legenda:	numeri in **Rosso**	*multipli di 5*
	numeri in **Blu**	*multipli di 7*
	numeri in **Verde**	*altri numeri semiprimi o non primi*
	numeri in **Nero**	*numeri primi*

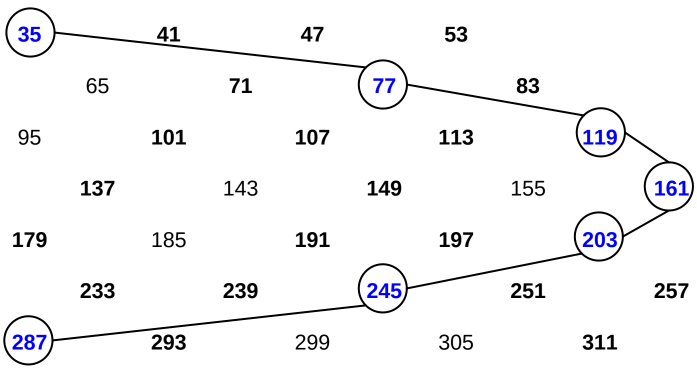
• Interessanti strutture ripetitive

Come si può vedere, si formano delle interessanti strutture ripetitive. Ad esempio con i multipli di 5 si formano strutture simil-parabola formate da 5 elementi che si ripetono nei due triangoli. Le strutture a cui ci riferiamo sono quelle formate, per esempio, dai numeri 25, 55, 85, 115 e 145, osservabile nel secondo triangolo:



Ovviamente i triangoli riportati sopra, nei due paragrafi precedenti, non rendono bene l'idea della ripetitività. Inoltre, le prime strutture che si vengono a formare risultano troncate di qualche elemento.

Stesso discorso per i multipli di 7. Anche per questo tipo di semiprimi si vengono a formare interessanti strutture simil-parabola, e non a caso, tali strutture sono formate da 7 elementi. Una struttura di questo tipo si può osservare nel primo triangolo, ed è formata dai numeri 35, 77, 119, 161, 203, 245 e 287:



Per queste strutture simil-parabola possiamo notare un'importante caratteristica.

Nel secondo triangolo, cioè quello formato dai numeri di forma $6n+1$, il vertice della struttura simil-parabola formata dai multipli di 5, si forma ogni 5 righe, e ogni 5 righe si aggiunge una nuova struttura. In parole povere, se indichiamo con $5m$ la riga che vogliamo osservare, in questa riga troveremo m vertici di strutture. Ad esempio, nella riga 5 troveremo il vertice di una sola struttura (*numero 85*), nella riga 10 troveremo il vertice di 2 strutture (*numeri 295 e 325*) e così via.

Focalizziamoci per un attimo sulla prima struttura, quella formata dai numeri 25, 55, 85, 115 e 145. Non ci sorprendiamo di fronte al fatto che questi numeri hanno tutti una distanza 30 ($1\times5\times6$) nella forma $6n+1$ e una distanza 5 (1×5) nella forma unitaria:

Tabella n.1

i	n_i	$n_i - n_{i-1}$	N = 6n+1	$N_i - N_{i-1}$
1	**4**	-	6×4+1 = **25**	-
2	**9**	9–4 = **5**	6×9+1 = **55**	55–25 = **30**
3	**14**	14–9 = **5**	6×14+1 = **85**	85–55 = **30**
4	**19**	19–14 = **5**	6×19+1 = **115**	115–85 = **30**
5	**24**	24–19 = **5**	6×24+1 = **145**	145–115 = **30**

Se prendiamo in considerazione invece le due strutture con il vertice in riga 10, troveremo che i numeri che la costituiscono avranno distanza 60 ($2\times5\times6$) nella forma $6n+1$ e una distanza 10 (2×5) nella forma unitaria. Infine, possiamo dire che le m strutture in riga $5m$, avranno numeri con una distanza pari a $m\times5\times6$ nella forma $6n+1$ e una distanza $m\times5$ nella forma unitaria.

Facciamo la stessa osservazione per le strutture di multipli di 7 nel primo triangolo. Il vertice della struttura simil-parabola formata dai multipli di 7, si forma ogni 7 righe, e ogni 7 righe, come nel caso dei multipli di 5, si aggiunge una nuova struttura. Indicando con $7m$ la riga che vogliamo osservare, in questa riga troveremo m vertici di strutture. Ad esempio, nella riga 7 troveremo il vertice di una sola struttura (numero 161), nella riga 14 troveremo il vertice di 2 strutture e così via.

Analizzando anche in questo caso la prima struttura, quella formata dai numeri 35, 77, 119, 161, 203, 245 e 287, questi numeri hanno tutti una distanza 42 ($1\times7\times6$) nella forma $6n-1$ e una distanza 7 (1×7) nella forma unitaria:

Tabella n.2

i	n_i	$n_i - n_{i-1}$	N = 6n+1	$N_i - N_{i-1}$
1	**6**	-	6×6+1 = **35**	-
2	**13**	13–6 = **7**	6×13+1 = **77**	77–35 = **42**
3	**20**	20–13 = **7**	6×20+1 = **119**	119–77 = **42**
4	**27**	27–20 = **7**	6×27+1 = **161**	161–119 = **42**
5	**34**	34–27 = **7**	6×34+1 = **203**	203–161 = **42**
6	**41**	41–34 = **7**	6×41+1 = **245**	245–203 = **42**
7	**48**	48–41 = **7**	6×48+1 = **287**	287–245 = **42**

E anche per i multipli di 7, possiamo dire che le m strutture in riga $7m$, avranno numeri con una distanza pari a $m\times7\times6$ nella forma $6n-1$ e una distanza $m\times7$ nella forma unitaria.

Un'altra simpatica curiosità la notiamo se confrontiamo i numeri della prima struttura di multipli di 5 con quelli della prima struttura dei multipli di 7:

25 = 5×5	35 = 7×5
55 = 5×11	77 = 7×11
85 = 5×17	119 = 7×17
115 = 5×23	161 = 7×23
145 = 5×29	203 = 7×29
	245 = 7×35
	287 = 7×41

Hanno sempre in comune il fattore $6n-1$.

Inoltre, se facciamo le differenze in verticale dei valori della simil-parabola, queste sono sempre divisibili per 30 nel primo caso, dei multipli di 5, e divisibili per 42 nel secondo caso cioè per i multipli di 7. Ad esempio in questo secondo caso, cioè per i multipli di 7, otteniamo: 287–35 = 252 = 6×42, mentre per gli altri valori più vicini al vertice, sono 4×42 e 2×42. Questo avviene in quanto la simil-parabola è ovviamente simmetrica rispetto a 1×42 = 42, 2×42 = 84 e 3×42 = 126.

- ## Conclusioni

Una conclusione provvisoria è che tutti i multipli di un qualsiasi numero primo p costituiscono una o più strutture (di forma simil-parabolica) al crescere del triangolo. Al contrario i numeri primi stessi non fanno parte di nessuna struttura simil-parabola (fatta di soli composti).

Molto probabilmente ci saranno altre strutture che si annidano nella disposizione triangolare dei numeri primi. Forse un giorno tali strutture potranno aiutarci a comprendere meglio l'apparente irregolarità dei numeri primi. A questo punto invitiamo i lettori interessati ad approfondire l'argomento.