I NUMERI PRIMI DI SOPHIE GERMAIN

Le nostre considerazioni - Parte seconda

Gruppo ERATOSTENE

Abstract

In this paper we show some our considerations about Sophie Germain's prime numbers

----

In questa seconda parte del nostro recente lavoro sui numeri primi di Sophie Germain, ricordiamo che essi sono legati ai numeri di Mersenne in quanto, se p è primo di forma 4k – 1, allora il numero di Mersenne $2^p - 1$ non è primo, e che i numeri Mersenne (primi o non primi) di forma 6k $\pm$ 1, al contrario dei numeri di Sophie Germain, che sono invece di forma 6k – 1, tranne il 7, vedi prima parte. Esempio per tutti:

p = 11 = 4 * 3 - 1 = 12 - 1 = 11 = 6 * 2 - 1 = 11

e $2^{11} - 1$ = 2048 - 1 = 2 047 non primo = 23 * 89 = 6 * 341 + 1.

E anche che i numeri primi di Sophie Germain sono collegati con l'ultimo teorema di Fermat: se p è un numero primo di

Sophie Germain, non ci sono tre numeri interi tali che 2p + 1 non divide il prodotto $x^p * y^p * z^p$ e che x + y = 2.

Circa il conteggio dei numeri primi di Sophie Germain, la voce delle'encicolopedia web Wikipedia "Numero primo di Sophie Germain" dice solo che:

"Non si sa se vi siano infiniti numeri primi di Sophie Germain, ma il numero dei numeri primi di Sophie Germain minori di un dato numero n può essere stimato euristicamente con la formula:

" $2 * C_2 * n / (\ln n)^2$ **"**

dove C_2 corrisponde alla costante dei numeri primi gemelli "

che è C_2 = 0.660……….

Chiameremo S(N) il numero dei numeri primi di Sophie Germain fino a N; per esempio, per N = 100:

$S(100) \sim 100 * 2 * 0{,}660 / 4{,}60^2 \sim 132/21{,}16 = 6{,}23 \sim 10$ = valore reale del numero dei numeri primi di Sophie Germain fino a 100 (L'elenco di tali numeri fino a 10 000 è pubblicato sulla suddetta pagina web di Wikipedia).

I numeri primi di Sophie Germain minori di 10^4 sono:

2, 3, 5, 11, 23, 29, 41, 53, 83, 89, 113, 131, 173, 179, 191, 233, 239, 251, 281, 293, 359, 419, 431, 443, 491, 509, 593, 641, 653, 659, 683, 719, 743, 761, 809, 911, 953, 1013, 1019, 1031, 1049, 1103, 1223, 1229, 1289, 1409, 1439, 1451, 1481, 1499, 1511, 1559, 1583, 1601, 1733, 1811, 1889, 1901, 1931, 1973,2003, 2039, 2063, 2069, 2129, 2141, 2273, 2339, 2351, 2393, 2399, 2459, 2543, 2549, 2693, 2699, 2741, 2753, 2819, 2903, 2939, 2963, 2969, 3023, 3299, 3329, 3359, 3389, 3413, 3449, 3491, 3539, 3593,3623, 3761, 3779, 3803, 3821, 3851, 3863, 3911, 4019, 4073, 4211, 4271, 4349, 4373, 4391, 4409, 4481, 4733, 4793, 4871, 4919, 4943, 5003, 5039, 5051, 5081, 5171, 5231, 5279, 5303, 5333, 5399, 5441,5501, 5639, 5711, 5741, 5849, 5903, 6053, 6101, 6113, 6131, 6173, 6263, 6269, 6323, 6329, 6449, 6491, 6521, 6551, 6563, 6581, 6761, 6899, 6983, 7043, 7079, 7103, 7121, 7151, 7193, 7211, 7349, 7433, 7541, 7643, 7649, 7691, 7823, 7841, 7883, 7901, 8069, 8093, 8111, 8243, 8273, 8513, 8663, 8693, 8741, 8951, 8969, 9029, 9059, 9221, 9293, 9371, 9419, 9473, 9479, 9539, 9629, 9689, 9791.

Facendo una tabella con i valori stimati con tale formula e i valori reali, avremo:

<u>TABELLA 1</u>

N	**S(N) = Valori stimati euristicamente**		**~**	**Valori reali di S(N)**
10	**S(10)**	**2,4**	**~**	**3**
100	**S(100)**	**6,23**	**~**	**10**
1 000	**S(1 000)**	**27,69**	**~**	**37**
10 000	**S(10 000)**	**155,62**	**~**	**206**

… … … …

Connessione con i numeri gemelli : se a questa tabella aggiungiamo una

colonna con le coppie di numeri primi gemelli fino a 10^n, abbiamo:

TABELLA 2

N =10^n	S(N) = Valori stim-euris.	~ Val-reali di S(N)	;	coppie di gemelli g(N)
10	S(10) 2,4 ~	3	>	2
100	S(100) 6,23 ~	10	>	8
1 000	S(1 000) 27,69 ~	37	>	35
10 000	S(10 000) 155,62 ~	206	>	205
…	… …	…	…	…

I numeri di Sophie Germain sono quindi un po' più numerosi delle coppie di primi gemelli perché, mentre queste sono formate dai numeri di forma 6k-1 e 6k +1 entrambi primi, i numeri di Sophie Germain (tra cui moltissimi primi gemelli di forma 6k -1), possono essere considerati i numeri primi più piccoli delle coppie di numeri 6k-1 e 6k+1 anche se questi ultimi numeri (6k + 1 =6k-1 +2 = S + 2, per es. 23 + 2 = 25) non sono primi (come invece deve essere per i numeri gemelli; ed ecco perché le coppie di numeri nelle quali il numero più piccolo (6k -1) è anche un numero primo di Sophie Germain, sono in numero leggermente maggiore di g(N) cioè dei soli numeri gemelli fino a N. La relazione tra i due tipi di numeri primi è già molto evidente, anche se

ancora da approfondire meglio nei dettagli.

Circa la loro infinità, possiamo dire che se qualche dimostrazione

presente o futura è o sarà valida per i numeri primi gemelli, essa sarà valida

a maggior ragione anche per i numeri primi di Sophie Germain,

essendo questi più numerosi dei numeri gemelli a parità di N.

I numeri primi di Sophie Germani sono stati di recente persi in

considerazione per connetterli, insieme alle coppie di Goldbach, alla funzione

zeta di Riemann e alle teorie di stringa (Rif. 2)

Caltanissetta 1. 9.2010 (Data di revisione)

GRUPPO ERATOSTENE

Riferimenti

1) I numeri primi di Sophie Germain – Parte prima

2) The Circle's Method to investigate the Goldbach's Conjecture and the Germain

primes: Mathematical connections with the p-adic strings and the zeta strings.

Michele Nardelli 1, 2 e Rosario Turco, pag. 9.