

# I NUMERI PRIMI DI SOPHIE GERMAIN

(di forma  $2p + 1$ ) : la nostre considerazioni

## Prima Parte

*Gruppo ERATOSTENE*

.....

### Abstract

In this paper we show the Sophie Germain prime numbers,  $S = 2p + 1$

.....

Tra i diversi tipi di numeri primi, non abbiamo ancora considerato i numeri primi di Sophie Germain, che indicheremo con  $S$ , di forma particolare:

$$S = 2p + 1$$

solo quando sia  $S$  che  $p$  sono numeri primi.

In questo lavoro , colmeremo la nostra lacuna nel nostro studio dei numeri primi. Prima però parliamo brevemente di questi numeri e della loro studiosa Sophie Germain (dalla rubrica “Che numeri! Della Prof. Silvana Leggerini, sulla rivista “NEWTON” n. 2 - Febbraio 2007, pag.

132, con il titolo “Caratteri matematici”:

**“Sophie Germain**

**Esiste anche una successione di numeri che porta il nome di una donna: i numeri di Sophie Germain (1776 – 1831)<sup>1</sup>. Sono tutti i numeri primi  $p$  per i quali  $2p + 1$  è un numero primo. I primi numeri della successione sono 2, 3, 5, 11, 23, 29, 41, 53. Sophie Germain era figlia di un ricco mercante parigino. Durante la Rivoluzione francese, confinata in casa per motivi di sicurezza, cominciò a leggere i libri della biblioteca del padre.**

**Venuta a conoscenza delle opere di Archimede cominciò ad amare la Matematica. Non potendo però iscriversi, in quanto donna, all’Ecole Polytechnique, iniziò una corrispondenza con il grandissimo matematico Carl Friederich Gauss, allora professore all’Università di Gottinga, spacciandosi per Antoine August Le Blanc. Gauss apprezzò molto i suoi lavori e rimase molto sorpreso quando, dopo qualche anno, Sophie gli confessò l’inganno”**

**(Rif.1)**

La nostra considerazione dimostrazione si basa sulle due forme generali  $6k \pm 1$  dei numeri primi  $P$  e dei loro prodotti e potenze senza fattori 2 e 3

$$P = 6k \pm 1 \text{ (tranne i soli due numeri primi 2 e 3)}$$

dal quale consegue che un numero primo maggiore di 3 e di qualsiasi tipo

(Fermat, Mersenne, gemelli, ecc,) è tale se e solo se è anche di tale forma

generale  $6n \pm 1$ , e a tale rigorosa conseguenza non sfuggono nemmeno i

numeri primi di Sophie Germain. Infatti, con la seguente tabella vedremo

che oltre a  $p$  (compresi qui anche il 2 e il 3) anche i numeri  $S$  sono di

forma  $6n + 1$ . Notiamo che i numeri  $p$  (ora tranne il 2 e il 3) che

danno origine ai numeri  $S = 2p + 1$  sono tutti di forma  $6n - 1$ ,

poiché  $5 = 6 - 1$ ,  $11 = 6 \cdot 2 - 1$ ,  $23 = 6 \cdot 4 - 1$  (nella serie manca il 17manca

il 17, poiché  $2 \cdot 17 + 1 = 35 = 5 \cdot 7 = 35$  e quindi non primo),

$29 = 6 \cdot 5 - 1$ ,  $41 = 6 \cdot 7 - 1$ ,  $53 = 6 \cdot 9 - 1$ . Questo perché i numeri primi di

forma  $6n + 1$  danno luogo a numeri composti  $S' = 3m$  multipli di 3, e

quindi mai numeri primi; per esempio 7, che è di forma  $6k+1$ , da origine a

$S' = 2 \cdot 7 + 1 = 14 + 1 = 15 = 5 \cdot 3$ , e anche  $31 = 6 \cdot 5 + 1$ ,

ed  $S' = 2 \cdot 31 + 1 = 63 = 3 \cdot 21$ , e così via per tutti gli altri numeri primi

di forma  $6n + 1$ .

### TABELLA

$p$  ( $2p + 1 = S$ ) =  $6k \pm 1$  primo **si** o no

---

2	<b>5</b>	$6 \cdot 1 - 1$	<b>si</b>
3	<b>7</b>	$6 \cdot 1 + 1$	<b>si</b> (eccezione)
5	<b>11</b>	$6 \cdot 2 - 1$	<b>si</b>
11	<b>23</b>	$6 \cdot 4 - 1$	<b>si</b>
17	$35 = 5 \cdot 7$	$6 \cdot 6 - 1$	no
23	<b>47</b>	$6 \cdot 8 - 1$	<b>si</b>
29	<b>59</b>	$6 \cdot 10 - 1$	<b>si</b>
41	<b>83</b>	$6 \cdot 14 - 1$	<b>si</b>
47	$95 = 5 \cdot 19$	$6 \cdot 16 - 1$	no
53	<b>107</b>	$6 \cdot 18 - 1$	<b>si</b>
59	$119 = 7 \cdot 17$	$6 \cdot 20 - 1$	no

... ..

E così via per tutti i successivi numeri  $p$  di forma  $6k' - 1$ , si avranno

numeri  $S$  di forma  $6k - 1$  e con  $k$  pari tranne che per  $S = 5$  e  $S = 7$

per i quali  $k = 1$ ; e tranne  $S = 7$  di forma  $6 \cdot 1 + 1$  (essendo il primo

numero primo di forma  $6k + 1$ ); ma non tutti i numeri  $S$  sono primi, pur essendo sia di forma  $2p + 1$  che anche di forma  $6k - 1$  (e segnati con “no” nella suddetta tabella, essendo composti).

Notiamo che tutti i numeri  $p$  (tranne il 2 e il 3 iniziali) sono di forma  $6k' - 1$ , e così anche i numeri primi  $S$  (i numeri di Sophie Germain), con ora  $k$  sempre pari e con  $k = 2k'$ .

Ecco perché i numeri primi di Sophie Germain debbono essere generati da  $p$  di forma  $6k' - 1$  e debbono essere di forma  $6k - 1$  (tranne il 7) e sono un sottoinsieme dell'insieme di tutti i numeri di forma  $6k - 1$ , che contiene sia numeri primi (detti di Sophie Germain) sia composti, per es. 35, 95, 119. Infatti, se qualsiasi  $p$  come abbiamo detto all'inizio, è di forma  $6k' + 1$ , esso genera, con la formula  $S = 2p + 1$ , numeri  $S$  multipli di 3 e che quindi non possono mai essere numeri primi, a differenza di  $p = 6k' - 1$ , che invece genera insieme sia i numeri primi, noti in questo caso come numeri primi di Sophie Germain, sia numeri composti (tutti quelli di forma  $6k - 1$ , pur se della stessa forma generale  $6k - 1$  dei numeri primi di Sophie Germain).

Con ciò, riteniamo dimostrato perché la forma  $S = 2p + 1$  dà tutti i numeri primi detti di Sophie Germain, la matematica che li ha scoperti.

Questi numeri primi sono stati ora presi in considerazione insieme alle coppie di Goldbach per un articolo che li connette alla funzione zeta di Riemann e alle teorie di stringa (Rif.2)

Un algoritmo permette di calcolarli facilmente (Rif.3) , e una nota dell'Ing. Rosario Turco è in Rif.4

Gruppo ERATOSTENE

Riferimenti

- 1) “Marie Sophie Germani” , in sezione “Storia” del nostro sito
- 2) **The Circle’s Method to investigate the Goldbach’s Conjecture and the Germain primes: Mathematical connections with the p-adic strings and the zeta strings.**

Michele Nardelli 1,2 e Rosario Turco, pag.9, sul sito del Dott. Michele Nardelli:

<http://nardelli.xoom.it/virgiliowizard/>

- 3) “Calcolo dei numeri primi di Sophie Germain”, in Sezione “Software” – Software scritti dall’Ing. Cristiano Teodoro) del nostro sito

- 4) **“Nota correttiva per la Storia di Sophie-Germain”** In sezione “Articoli sulla Teoria dei Numeri” del nostro sito

**Caltanissetta 1.9.2010 (Data di revisione)**