

***RIEPILOGO GENERALE SULLE FORME $P = 6n \pm 1$
DEI NUMERI (con accenni ai numeri di forma $6n, 6n \pm 2$)***

Sommario

In questo lavoro, di carattere didattico – divulgativo, mostreremo le relazioni più importanti tra le forme $P = 6n \pm 1$ dei numeri primi e alcune congetture o ex congetture che li riguardano (primi gemelli, Goldbach, Polignac, Mersenne, ecc., e con accenni ai i numeri composti di forma $N = 6n$ con la congettura di Goldbach e con l'ipotesi di Riemann RH1 equivalente alla RH)

Abstract

In this paper we show some relations between numeric forms $6n \pm 1$ and some their conjectures or ex conjectures ([twin primes](#), [Goldbach](#), [Mersenne](#), [Riemann](#), and so on)

I numeri primi sono di forma generale $P = 6n \pm 1$. A scoprire per primo queste forme è stato il matematico italiano Pietro Bongo (Vedi nota storica nella rubrica “Storia” del nostro sito). Ma tale forma non è altro che un caso limite della forma più generale $6n \pm a$ di **tutti** i numeri, con a

variabile da 0 a 5, mentre per tutti i numeri primi, tranne il 2 e il 3, $a = 1$.

Per esempio, $27 = 6 \cdot 4 + 3$; $34 = 6 \cdot 5 + 4$, ecc., mentre, per i numeri primi, $23 = 6 \cdot 4 - 1$; $37 = 6 \cdot 4 + 1$; $89 = 6 \cdot 15 - 1$, ecc.

Questo perché, disponendo tutti i numeri in sei colonne, con la forma $6n$ come quinta colonna, abbiamo il seguente schema, dove i numeri primi (tranne i soli 2 e 3, in prima e seconda colonna) risultano nella quarta e sesta colonna, affiancate alla

quinta:

TABELLA 1

n	1°	2°	3°	4°	5°	6°	
0	1						
1	2	3	4	5	6	7	
2	8	9	10	11	12	13	con 11 e 13 gemelli
3	14	15	16	17	18	19	con 17 e 19 gemelli
...	
10	56	57	58	59	60	61	con 59 e 61 gemelli

ma non tutti gli n danno numeri gemelli, per esempio per $n = 8$,

$6 \cdot 8 - 1 = 47$ e $6 \cdot 8 + 1 = 49 = 7^2$ non primo.

Ora qui vogliamo riepilogare le quattro operazioni aritmetiche con i numeri primi, con il caso particolare dei numeri gemelli:

Somma :

poiché due numeri primi p e q qualsiasi (tranne il **2** e il **3**) possono essere scritti come $p = 6m \pm 1$ e $q = 6n \pm 1$, la loro somma può scriversi come

$$p + q = 6m \pm 1 + 6n \pm 1 = 6(m + n) \pm 1 \pm 1$$

per esempio:

$$23 + 59 = 6 \cdot 4 - 1 + 6 \cdot 10 - 1 = 6(4+10) - 1 - 1 = 6 \cdot 14 - 2 = 84 - 2 = 82$$

Caso particolare: i **numeri gemelli** (vedi anche i nostri lavori in sezione

“Lavori prof. Tulumello);

per esempio:

$$59 + 61 = 6 \cdot 10 - 1 + 6 \cdot 10 + 1 = 6(10+10) - 1 + 1 = 6 \cdot 20 = 120 = 12 \cdot 10$$

Tutte le somme tra due numeri gemelli sono quindi di forma $12n$

(tranne che per la sola coppia $3+5=8$, poiché 3 non è di forma $6n \pm 1$)

Per esempio $5 + 7 = 12 = 12 \cdot 1$, $11 + 13 = 24 = 12 \cdot 2$, $29+31= 60 = 12 \cdot 5$ ecc.

Alla somma tra due numeri primi è legata la nota congettura di **Goldbach**,

(Vedi lavori in sezione “Lavori Di Noto, sottosezioni “Goldbach” e

“Teoremi vari”), “Lavori prof. Di Maria – Risultati e tabulati”) e Lavori

Ing. Rosario Turco, anche nel suo sito (vedi [Link](#), e il [MathBlog](#)).

Differenza

La differenza tra due numeri primi può essere scritta anche come

$$q - p = 6n \pm 1 - 6m \pm 1 = 6(n-m) \text{ (quando } -1 \text{ e } +1 \text{ si annullano)}$$

ma anche $6(n-m) \pm 2$ se i segni - o + di q e p sono uguali

Caso particolare: i numeri gemelli. Infatti se p e q sono gemelli, $p = 6m - 1$

e $q = 6n + 1$ per lo stesso n, e quindi

$$q - p = 6n + 1 - (6m - 1) = 6n + 1 - 6m + 1 = +1 + 1 = 2$$

per tutte le **infinite** coppie di numeri gemelli (per la dimostrazione di tale infinità vedi sezione “Lavori prof. Tulumello”). Un altro lavoro sulla sola differenza tra due numeri primi vedi in sezione “Lavori Di Noto” – Teoremi vari).

Per i numeri primi non gemelli, (tranne il 2) la loro differenza è sempre pari ($2n$), ed è connessa alle coppie di numeri primi di **Polignac**, estensione dei numeri primi gemelli (con differenza $2*1 = 2$). Vedi anche sezione “Lavori Di Noto” sottosezione “Goldbac, con il lavoro “**Goldbach, Twin primes and Polignac**

Prodotto

Per quanto riguarda il prodotto tra due numeri primi, abbiamo invece.

$$p*q = (6m+1)(6n+1) = 36mn \pm 6m \pm 6n$$

Caso particolare: anche qui i numeri primi gemelli, per i quali $n = m$:

$$p*q = (6m+1)(6m+1) = 36m^2 - 1 = Q - 1, \text{ dove } Q \text{ è il quadrato perfetto}$$

di $(6m)^2$; per esempio $11*13 = 143 = 144 - 1$, con $144 = (6*2)^2$, poiché

per $p = 11 = 6 \cdot 2 - 1$ e $13 = 6 \cdot 2 + 1$, con $m = 2$. Anche qui vedi Lavori Prof. Tulumello, “[Factoring](#)”, sito dell’Ing. Rosario Turco e Lavori Di Noto sezione “Articoli sulla fattorizzazione” e sezione Goldbach “[Proposta di dimostrazione del Teorema di Goldbach](#)”

Il prodotto di uno o più due numeri primi o la potenza n-esima di numeri primi sono pure di forma $6n' \pm 1$, a differenza delle somme e delle differenze, che invece sono sempre pari (se si esclude ovviamente il numero primo 2 come addendo o minuendo).

Nella Nota finale 1 della suddetta “Proposta di dimostrazione...” si trova una relazione tra somma e prodotto, potenzialmente interessante per la [fattorizzazione](#).

Divisione

Per la divisione, abbiamo invece $q/p = 6n \pm 1 / 6m \pm 1 \sim q/p \sim n/m$

Per esempio $89 / 31 = 6 \cdot 15 - 1 / 6 \cdot 5 + 1 = 2,8709677 \sim 15/6 = 2,5$

Caso particolare: ancora i numeri primi gemelli, con rapporto tendente a 1 al crescere di p e q; per esempio:

$$7/5 = 1,4$$

$$13/11 = 1,18\dots$$

$$19/17 = 1,11$$

$$31/29 = 1,06\dots$$

.....

$$61/59 = 1,03\dots$$

...

Infine, alcuni numeri primi particolari sono sempre solo di forma $6n - 1$ (per esempio i numeri primi di [Fermat](#), i numeri primi di [Eisenstein](#), i numeri primi di [Sophie - Germain](#), tranne il solo $7 = 6 \cdot 1 + 1$); oppure solo di forma $6n + 1$ (numeri di [Mersenne](#), [numeri primi euclidei](#)).

mentre altri (per es. i numeri primi di [Chen](#), ecc.) sono i forma mista.

Anche su questi numeri primi particolari ci sono dei nostri lavori sul nostro sito, ai quali rimandiamo i lettori eventualmente interessati.

Conclusioni

Come si può facilmente notare, le forme dei numeri primi $6n \pm 1$ sono molto importanti nella teoria dei numeri in generale e dei numeri primi in particolare, poiché permettono notevoli risultati in teoremi sulla [primalità](#) e nella [fattorizzazione](#), ma anche alcune relazioni con la funzione di Goldbach $G(N)$, numero delle coppie di Goldbach per ogni N pari, e

anche con la funzione $\varphi(n)$ di Eulero = numero di coprimi con n (vedi
 “Sulle spalle dei giganti”, in sezione “Lavori Di Noto , sottosezione
 “Riemann”) ; ma anche con la funzione $\sigma(n)$ = somma divisori (entrambe
 le ultime due funzioni hanno più alti valori per i numeri di forma $N = 6n$);
 la funzione $\sigma(n)$ è infine connessa alla [Ipotesi di Riemann equivalente
 RH1](#), vedi nostra proposta di dimostrazione “I criteri di Robin e di
 Lagarias” sui multipli di 6 e la RH, che aggira la difficile funzione zeta e
 dimostra indirettamente la RH; vedi anche sezione “Lavori Ing. Rosario
 Turco” (dove c’è anche una più diretta “[Proposta di dimostrazione alle
 ipotesi di Riemann](#)” e altri lavori sullo stesso argomento (Sulla ipotesi di
 Riemann, in italiano e in inglese).

Qui di seguito esporremo uno schema generale delle relazioni tra i vari
 tipi di numeri primi e numeri composti pari con le forme numeriche
 $6n \pm 1$, $6n$ e $6n \pm 2$ coinvolte nella varie congetture sui numeri
 primi. Ricordiamo infine che n non comprende tutti i numeri naturali, ma
 solo una parte, poiché non tutti generano numeri primi; per esempio,
 per $n = 20$ abbiamo $6*20-1 = 119 = 7*17$ e $6*20 +1 = 121 = 11*11$.

Schema riassuntivo finale

<u>Tipo di Numeri</u>	<u>forme aritmetiche</u>	<u>note varie</u>
Numeri primi in generale	$6n \pm 1$	base della funzione zeta (Ipotesi di Riemann = RH)
Numeri primi gemelli	$p=6n-1, q=6n+1$	Differenza $q - p = 2$
Numeri primi di Sophie - Germain	$6n - 1$	$2p + 1$ con p primo
Numeri primi di Fermat	$6n - 1$	$2^{2^n} + 1$
Numeri primi di Eisenstein*	$6n - 1$	*di forma $3n - 1$ con n pari e quindi $3 \cdot 2^n - 1 = 6n - 1$
Numeri primi di Mersenne	$6n + 1$	di forma $2^p - 1$ connessi ai numeri perfetti dalla formula $(2^p - 1) \cdot 2^{p-1}$
Numeri primi euclidei	$6n + 1$	$n! + 1 = (2 \cdot 3) \cdot n' + 1 = 6n + 1$
Numeri primi di Chen	$6n \pm 1$	se $p + 2$ è anch'esso primo o prodotto di soli due primi
Numeri pari N	$6n$	con più coppie di Goldbach rispetto ai numeri pari adiacenti $N' = 6n \pm 2$ (relazione di Goldbach)
Numeri abbondanti	$6n$	con più divisori rispetto ai numeri di forma $6n \pm a$,

e quindi con valori più alti di $\sigma(n)$, funzione somma divisori (connessione con la RH1 = RH); con valori più bassi di $\varphi(n)$ rispetto ad $N' = 6n \pm 2$

Numeri pari N' **$6n \pm 2$** **valori più bassi di $G(N)$ e $\sigma(n)$ rispetto ai numeri pari adiacenti $N = 6n$ e abbondanti**

Numeri perfetti **$6n - 2$** **(tranne il 6 iniziale)**

Numeri primi naturali **$6f \pm 1$** **con f = numeri di Fibonacci (i numeri primi naturali si trovano in alcuni fenomeni naturali, vedi “La serie di Fibonacci e le serie numeriche naturali (snn)...”, sezione “Lavori Di Noto – Fibonacci)**

L'ipotesi di Riemann RH si basa sui numeri primi ($6n \pm 1$) mentre l'ipotesi RH equivalente RH1 si basa sui numeri composti $N = 6n$; quindi solo le colonne 4° e 6°, e la 5° della TABELLA 1 sono rispettivamente coinvolte, mentre la 1°, la 2° e la 3° **non vi hanno alcun ruolo** (contengono i soli due numeri primi **2** e **3**). Mentre la 5° colonna ($N = 6n$) è coinvolta anche nella congettura di Goldbach (N ha più coppie di

Goldbach, circa il doppio, rispetto ai numeri adiacenti

$N' = 6n \pm 2$, a causa del ruolo dei numeri dispari multipli di 3 nella

formazione delle coppie di Goldbach –Vedi “procedure per la formazione

delle (GN) coppie e delle $T(N)$ terne di Goldbach”, Lavori Di Noto –

Goldbach).

Gruppo ERATOSTENE