I NUMERI PRIMI REPUNIT

Gruppo Eratostene

Introduzione

I numeri primi Repunit sono un sottoinsieme dei numeri Repunit, simbolo R_n, dove con n si indica il numero delle unità di cui è composto il numero Repunit, primo o no che sia. Per esempio, R_4 = 1 111. In questo lavoro si accennerà ai numeri Repunit in genere, e con particolare attenzione per i numeri Repunit che siano anche primi, e sui quali il nostro gruppo Eratostene ha una importante ricerca computazionale in corso (Vedi sezione RICERCHE , Repunit, sul nostro sito www.gruppoeratostene.com

----

Definizione di numero "Repunit", da Wikipedia:

Nella matematica ricreativa, un **repunit** (dall'inglese "***rep**eated **unit***",[1] *unità ripetuta*) è un numero intero che contiene solo la cifra 1, come 11, 111 o 1111.

I repunit sono definiti matematicamente come:

$$R_n = \frac{10^n - 1}{9}$$

dove R_n è il numero formato da n ripetizioni della cifra 1, ovviamente questo per la base 10; e la sequenza dei repunit con 1, 11, 111, 1111, ... (sequenza A002275 dell'OEIS).

E "Primi repunit", dalla stessa voce:

"**Primi repunit** [modifica]

*Per approfondire, vedi la voce **Repunit (fattori)**.*

Storicamente, la definizione dei repunit è stata motivata dalla ricerca, all'interno della matematica ricreativa, dei fattori primi di tali numeri.

Si può facilmente dimostrare che se n è divisibile per a, allora R_n è divisibile per R_a. Ad esempio 9 è divisibile per 3, e R_9 è divisibile per R_3: $111111111 = 111 \cdot 1001001$. Ne consegue che condizione necessaria perché R_n sia primo è che n sia a sua volta un numero primo[3].

La sequenza dei primi repunit attualmente noti è A004022 dell'OEIS, mentre la più compatta sequenza delle loro lunghezze è la A004023 dell'OEIS. R_{49081} (scoperto nel 1999 da Harvey Dubner[4]), R_{86453} (scoperto nell'ottobre 2000 da Lew Baxter) e R_{109297} (scoperto anch'esso da Harvey Dubner nel marzo del 2007) sono attualmente considerati primi probabili, ovvero hanno sino ad ora superato molteplici test di primalità pur mancando ancora una reale dimostrazione del fatto che siano effettivamente primi.

È stato congetturato che, benché estremamente rari, esistano infiniti numeri primi repunit[5]."

Per il resto, si rimanda alla voce completa di Wikipedia

Sulla fattorizzazione dei numeri Repunit, vedi Rif.1, ma anche da Wikipedia:

"(Repunit (fattori)

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

Repunit (fattori)

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

Questa tabella contiene la fattorizzazione intera dei numeri repunit da R_1 a R_{50}.

Repunit	Fattori primi	Numer di fattor
R_1	1	1
R_2	**Primo**	1

R_3	$3 \cdot 37$	2
R_4	$11 \cdot 101$	2
R_5	$41 \cdot 271$	2
R_6	$3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37$	5
R_7	$239 \cdot 4.649$	2
R_8	$11 \cdot 73 \cdot 101 \cdot 137$	4
R_9	$3^2 \cdot 37 \cdot 333.667$	4
R_{10}	$11 \cdot 41 \cdot 271 \cdot 9.091$	4
R_{11}	$21.649 \cdot 513.239$	2
R_{12}	$3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37 \cdot 101 \cdot 9.901$	7
R_{13}	$53 \cdot 79 \cdot 265.371.653$	3
R_{14}	$11 \cdot 239 \cdot 4.649 \cdot 909.091$	4
R_{15}	$3 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 271 \cdot 2.906.161$	6
R_{16}	$11 \cdot 17 \cdot 73 \cdot 101 \cdot 137 \cdot 5.882.353$	6
R_{17}	$2.071.723 \cdot 5.363.222.357$	2
R_{18}	$3^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 37 \cdot 52.579 \cdot 333.667$	9
R_{19}	**Primo**	1
R_{20}	$11 \cdot 41 \cdot 101 \cdot 271 \cdot 3.541 \cdot 9.091 \cdot 27.961$	7
R_{21}	$3 \cdot 37 \cdot 43 \cdot 239 \cdot 1.933 \cdot 4.649 \cdot 10.838.689$	7
R_{22}	$11^2 \cdot 23 \cdot 4.093 \cdot 8.779 \cdot 21.649 \cdot 513.239$	7
R_{23}	**Primo**	1
R_{24}	$3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37 \cdot 73 \cdot 101 \cdot 137 \cdot 9.901 \cdot 99.990.001$	10

R_{25}	41 · 271 · 21.401 · 25.601 · 182.521.213.001	5
R_{26}	11 · 53 · 79 · 859 · 265.371.653 · 1.058.313.049	6
R_{27}	3^3 · 37 · 757 · 333.667 · 440.334.654.777.631	7
R_{28}	11 · 29 · 101 · 239 · 281 · 4.649 · 909.091 · 121.499.449	8
R_{29}	3.191 · 16.763 · 43.037 · 62.003 · 77.843.839.397	5
R_{30}	3 · 7 · 11 · 13 · 31 · 37 · 41 · 211 · 241 · 271 · 2.161 · 9.091 · 2.906.161	13
R_{31}	2.791 · 6.943.319 · 57.336.415.063.790.604.359	3
R_{32}	11 · 17 · 73 · 101 · 137 · 353 · 449 · 641 · 1.409 · 69.857 · 5.882.353	11
R_{33}	3 · 37 · 67 · 21.649 · 513.239 · 1.344.628.210.313.298.373	6
R_{34}	11 · 103 · 4.013 · 2.071.723 · 5.363.222.357 · 21.993.833.369	6
R_{35}	41 · 71 · 239 · 271 · 4.649 · 123.551 · 102.598.800.232.111.471	7
R_{36}	3^2 · 7 · 11 · 13 · 19 · 37 · 101 · 9.901 · 52.579 · 333.667 · 999.999.000.001	12
R_{37}	2.028.119 · 247.629.013 · 2.212.394.296.770.203.368.013	3
R_{38}	11 · 909.090.909.090.909.091 · R_{19}	3
R_{39}	3 · 37 · 53 · 79 · 265.371.653 · 900.900.900.900.990.990.990.991	6
R_{40}	11 · 41 · 73 · 101 · 137 · 271 · 3.541 · 9.091 · 27.961 · 1.676.321 · 5.964.848.081	11
R_{41}	83 · 1.231 · 538.987 · 201.763.709.900.322.803.748.657.942.361	4
R_{42}	3 · 7^2 · 11 · 13 · 37 · 43 · 127 · 239 · 1.933 · 2.689 · 4.649 · 459.691 · 909.091 · 10.838.689	15
R_{43}	173 · 1.527.791 · 1.963.506.722.254.397 · 2.140.992.015.395.526.641	4
R_{44}	11^2 · 23 · 89 · 101 · 4.093 · 8.779 · 21.649 · 513.239 · 1.052.788.969 · 1.056.689.261	11
R_{45}	3^2 · 31 · 37 · 41 · 271 · 238.681 · 333.667 · 2.906.161 · 4.185.502.830.133.110.721	10
R_{46}	11 · 47 · 139 · 2.531 · 549.797.184.491.917 · R_{23}	6

R_{47}	35.121.409 · 316.362.908.763.458.525.001.406.154.038.726.382.279	2
R_{48}	3 · 7 · 11 · 13 · 17 · 37 · 73 · 101 · 137 · 9.901 · 5.882.353 · 99.990.001 · 9.999.999.900.000.001	13
R_{49}	239 · 4.649 · 505.885.997 · 1.976.730.144.598.190.963.568.023.014.679.333	4
R_{50}	11 · 41 · 251 · 271 · 5.051 · 9.091 · 21.401 · 25.601 · 182.521.213.001 · 78.875.943.472.201	10

Concludiamo con una breve nota sulla distribuzione dei numeri Repunit

R(10^n) fino a 10^n)

n	10^n	R(10^n)	stima: n ~ln 10^n/2
1	10^1	1 (1)	1,15
2	10^2	2 (1 e 11)	2,30
3	10^3	3 (1,11 e 111)	3,45
4	10^4	4 … …	4,60
5	10^5	5 … …	5,75
…	…	…	…

Circa la distribuzione dei numeri primi Repunit, poiché sono estremamente rari

(ce ne sono solo 3 fino a 10^24, possiamo indicare solo gli indici n di Rn,

sequenza Aoo4023 di OESIS:

2, 19, 23, 317, 1031, 49081, 86453, 109297,

il che vuol dire che sono primi Repunit le sequenze di 2 unità,

19 unità, 23 unità, ecc. fino a 109297 unità per l'ottavo numero primo Repunit,

a dimostrazione della loro estrema rarità. Le nostre ricerche computazionali

sono già arrivate (fine giugno 2010) ad un esponente di 1 000 000, senza aver trovato ancora

un altro numero primo Repunit (Vedi sul nostro sito Sezione RICERCHE, Repunit

Conclusione

Come si vede, i numeri Repunit sono relativamente frequenti (circa uno per ogni esponente n di 10), ma i numeri primi Repunit sono rarissimi, se ne conoscono soltanto otto fino a 10^109298.

Notiamo anche, dalla tabella di Wikipedia con l'elenco dei numeri Repunit, che quelli con n multipli di 6 hanno più fattori degli altri, con numero di fattori pari a circa n/2 o poco meno, tendente a 6k/3. Infatti, per n = 6k, abbiamo la seguente tabella:

R(6k)	numero fattori	~> 6k/2	→ =< 6k/3
R6	5	3	
R12	6	6	
R18	9	9	
R24	10	12	
R30	13	15	
R36	12		12
R42	15	21	
R48	13		16
…	…	…	

Così come i numeri naturali di forma 6k, specialmente primordiali e soprattutto fattoriali, hanno più fattori di tutti gli altri, vedi tavola divisori:

N=6k	d(n)	~	stima n/4
6	4		1,5
12	6		3
18	6		4,5
24	8		6
30	8		7,5
36	9		9
42	8		10,5
48	10		12
…	…		…

Quindi c'è una relazione anche con la funzione numero divisori, d(n), dei numeri naturali multipli di 6 e quindi di forma N = 6k

Riferimenti

Rif.1) “Nota sulla fattorizzzazione dei Repunit” in Sezione “Articoli sulla Fattorizzazione

Caltanissetta 1.7.2010