

PGTS - Parte seconda

**IL PRINCIPIO GEOMETRICO ALLA BASE  
DELLE TEORIE DI STRINGA**

*Francesco Di Noto, Michele Nardelli*

*Abstract*

In this paper we will show other interesting or useful citations for PGTS ( **G**eometric **P**rinciple of **S**tring**T**heory)

*Sommario*

In questa seconda parte parleremo brevemente della recente scoperta sull'emergenza del gruppo

di simmetria E8 in uno stato critico quantistico (l'equivalente quantistico dei frattali), associato al numero aureo  $\Phi = 1,618\dots$ , e infine aggiungeremo nuova documentazione teorica (citazioni di brani interessanti, ecc.) e nuove tabelle con i numeri triangolari T, di Fibonacci e con i numeri di partizione, anche questi connessi ai numeri triangolari T e quindi alle varie simmetrie osservate in natura. Il nostro PGTS, principio geometrico delle teorie di stringa, risulta così ulteriormente confermato, oltre che in teoria, anche dal punto di vista sperimentale, anche se, per questo, siamo solo all'inizio. Un percorso

matematico che va dai numeri triangolari  $T$   
(connessi alle combinazioni di  $n$  elementi a due a  
due, con  $n$  numero primo o potenza di primo)  
alle TOE è quindi, in linea di principio, possibile:  
 $T \rightarrow 2T+1 \rightarrow$  Gruppi di Lie, serie di Fibonacci  
 $F(n)$  e numeri di partizioni  $p(n) \rightarrow$  Funzione zeta  
 $\rightarrow$  Teorie di stringa  $\rightarrow$  TOE. (Vedi PGTS Parte  
prima)

### *Introduzione*

Proprio qualche giorno dopo la pubblicazione  
della prima parte di questo lavoro (Rif.1), che  
connette i gruppi di Lie (simmetria) alla serie di

Fibonacci ( e quindi alla sezione aurea) , abbiamo avuto notizia di una scoperta scientifica di importanza internazionale, sulla relazione osservata in uno stato quantistico critico del niobato di cobalto, tra l'importante gruppo di simmetria E8 e il noto numero aureo  $\Phi = 1,618\dots$

Tale notizia (Rif.2), è stata commentata da uno di noi ( Dott. Michele Nardelli) in Rif. 3, ed approfondita, insieme ad altri argomenti, in Rif.4.

Un altro articolo divulgativo che dà notizia di questa scoperta è in Rif. 5.

In questa seconda parte del PGTS, oltre alla suddetta notizia di questa importante scoperta sperimentale, riporteremo alcune citazioni (da Galileo Galilei, ed altri) che si riferiscono in qualche modo al PGTS, seguite da alcune tabelle sulla prossimità numerica dei numeri di Lie

$L(n) = 2T + 1 = n^2 + n + 1$  . dei numeri di

Fibonacci  $F(n) = 2t \pm c = n^2 + n \pm c$  con

$T =$  numeri triangolari e  $c$  numeri molto piccoli, e anche le partizioni di numeri  $p(n)$ , anch'essi molto vicini a  $2T + 1$  e anch'essi molto presenti in natura come i numeri di Fibonacci; e quindi, come questi, sicuramente connessi alle

simmetrie dei gruppi di Lie (le vere registe dei fenomeni naturali, da quelli molecolari della recente scoperta, ai fenomeni macrocosmici tipo petali di fiori, spirali, ecc. regolati dai numeri di Fibonacci). Infine, uno schema riepilogativo generale.

### *Citazioni famose e/o utili a sostegno del PGTS*

**1) Geometria e gruppi di simmetria**, dal libro

“L’eleganza della verità”, di Jan Stewart, Ed.

Einaudi, pagg. 178- 179:

“... Lie e Klein lavorarono insieme per un certo periodo proprio a questo scopo (connessione tra la geometria e la teoria dei gruppi, N.d.A.A.)- Alla fine il tedesco riassunse il

suo pensiero nel celebre << programma di Erlangen >> del 1872, secondo il quale la geometria e la teoria dei gruppi erano di fatto la stessa cosa.

Con il senno di poi, e utilizzando la terminologia moderna, la cosa appare ovvia. Data una geometria, le si può associare il suo gruppo delle simmetrie; viceversa, la geometria associata ad un gruppo è l'oggetto che possiede le simmetrie previste dal gruppo stesso.

In pratica, una particolare geometria è definita in base agli oggetti invarianti rispetto all'azione di un certo gruppo.

Facciamo un esempio. Le simmetrie dell'ordinaria geometria piana euclidea sono quelle trasformazioni che conservano le lunghezze e gli angoli e che mandano rette in rette e cerchi in cerchi: tutte insieme costituiscono il gruppo dei movimenti rigidi sul piano. Viceversa, ogni oggetto che non cambia dopo essere stato sottoposto a un movimento rigido sul piano fa parte della geometria euclidea. Le geometrie non euclidee si possono definire semplicemente cambiando i gruppi delle trasformazioni.

Perché allora prendersi la briga di trasformare la geometria? In teoria dei gruppi, se le due sono la stessa cosa? Perché in questo modo abbiamo due punti di vista differenti sotto cui studiare due settori diversi della matematica. In certi casi è più facile adottare l'approccio geometrico, in altri quello algebrico: Due visuali di un campo meglio di una sola.”

2) Già uno di noi (Nardelli) nel lavoro

**“Sistema musicale aureo  $\Phi^{(n/7)}$  e connessioni**

**matematiche tra numeri primi e “Paesaggio**

**della teoria delle stringhe”** scritto insieme a

Christian Lange e a Giuseppe Bini, si chiedeva,

al pari di Gross (“...esiste un principio

matematico di base che, sfortunatamente,

ancora non comprendiamo appieno...”

vedi PGTS parte prima), a pag. 19:

“ Da recenti lavori sono state evidenziate con notevole ricorrenza le connessioni matematiche tra alcuni settori della Teoria delle stringhe, diverse equazioni inerenti la funzione zeta di Riemann (legata ai numeri primi) e varie funzioni in cui compare la Sezione aurea = 0,6180339 ed il Rapporto aureo = 1,6180339 a loro volta collegati con la nota “successione di Fibonacci”.

La domanda che ci si pone è: “quale principio matematico e/o fisico è alla base di tali correlazioni?”

Gross parlava di principio geometrico, e sicuramente aveva ragione anche lui: ora sappiamo, in base al nostro pgts (parte prima), che il principio alla base delle teorie di stringa è essenzialmente geometrico: i numeri triangolari  $T$  connessi alle combinazioni  $\frac{n(n-1)}{2}$ : Raddoppiando il risultato e aggiungendo 1, otteniamo  $2T+1 = n^2 + n + 1$  (formula delle geometrie proiettive legate alle simmetrie geometriche, per esempio il Piano di Fano per  $n = 2$ , per il quale  $2^2 + 2 + 1 = 7$ ), e con  $n$  numero primo o una potenza di numero primo.

Le forme dei numeri di Lie,

$$L(n) = 2T+1 = n^2 + n + 1$$

sono anche molto prossime ai numeri di Fibonacci (vedi Tabelle finali); quindi esiste una profonda correlazione tra numeri di Lie e gruppi di Lie (simmetrie), geometria (vedi citazione 1) e numeri di Fibonacci, che conservano le simmetrie dei numeri di Lie più vicini, e da qui poi il numero aureo 1,618 emerso nella recente scoperta riguardante E8 e 1,618... (Rif. 2).

### 3) Galileo Galilei

Anche Galileo Galilei aveva pensato a qualcosa del genere, nel “Saggiatore”

“ ...La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l’universo), ma non si può intendere se prima non s’impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne’ i quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli\*, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro labirinto”

*Galileo Galilei, Il Saggiatore*

(\* la sottolineatura è nostra).

### 4) Da Wikipedia, “**Successione di**

**Fibonacci**”, paragrafi “Curiosità”, “In

natura”, “Nei frattali” (corrispondenti agli

stati quantistici critici) e “In elettrotecnica”

### **a) Curiosità**

“ Il nostro cervello ha una particolare attitudine a riconoscere nelle onde sonore la serie di Fibonacci, ed è per questo motivo che nel mondo della musica vi è una forte ricorrenza a questi numeri; basti pensare ad un pianoforte che presenta ottave da otto tasti bianchi e 5 neri che generano quindici 13 note; inoltre la prima, la terza e la quinta creano la base maggiore di tutti gli accordi e tra di loro vi è una separazione di due toni. Non è quindi una coincidenza che molti strumenti musicali e sono costruiti secondo le proporzioni della serie di Fibonacci; tant'è che il famoso Stradivari, noto per i suoi proverbiali violini, per il calcolo del foro centrale utilizzò la logica del matematico toscano...

### **b) In natura**

Quasi tutti i fiori hanno tre o cinque o otto o tredici o ventuno o trentaquattro o cinquantacinque o ottantanove petali; i gigli ne hanno tre, i ranuncoli cinque, il delphinium spesso ne ha otto, la calendula tredici, l'astro ventuno, e le margherite di solito ne hanno trentaquattro o cinquantacinque o ottantanove.

I numeri di Fibonacci sono anche in altri fiori come il girasole; difatti le piccole infiorescenze al centro di girasole sono disposte lungo due insiemi di spirali che girano rispettivamente in senso orario o antiorario.

I pistilli sulle corolle dei fiori spesso sono messi secondo uno schema preciso formato da spirali il cui numero corrisponde ad uno della serie di Fibonacci. Di solito le spirali orientate in senso orario sono trentaquattro mentre quelle orientate in senso antiorario sono cinquantanove (due numeri di Fibonacci), altre volte sono rispettivamente cinquantacinque e ottantanove, o ottantanove e centoquarantaquattro. Si tratta sempre di numeri di Fibonacci consecutivi.

Le foglie sono disposte sui rami in modo tale da non coprirsi l'una con l'altra per permettere a ciascuna di esse di ricevere la luce del Sole. Se prendiamo come punto di partenza la prima foglia di un ramo e si contano quante foglie ci sono fino a quella perfettamente allineata spesso viene fuori un numero di Fibonacci ed anche il numero di giri in senso orario o antiorario che si compiono per raggiungere tale foglia allineata dovrebbe essere un numero di Fibonacci. Il rapporto tra il numero di foglie e il numero di giri si chiama "rapporto fillotassico".

Il rapporto tra le falangi di un dito di un uomo adulto formano una piccola serie di Fibonacci.

Se si disegna un rettangolo con i lati in rapporto aureo fra di loro, lo si può dividere in un quadrato e un altro rettangolo,

simile a quello grande nel senso che anche i suoi lati stanno fra loro nel rapporto aureo. A questo punto il rettangolo minore può essere diviso in un quadrato ed in un rettangolo che ha pure i lati in rapporto aureo, e così via.

La curva che passa tra i vertici consecutivi di questa successione di rettangoli è una spirale che troviamo spesso nelle conchiglie e nella disposizione di semi del girasole sopradescritta e delle foglie su un ramo.

## **Nei frattali**

Nei frattali di Mandelbrot, governati dalla proprietà dell'autosomiglianza, si ritrovano i numeri di Fibonacci. L'autosomiglianza di fatti è governata da una formula o regola ripetibile, così come la successione di Fibonacci.

## **In elettrotecnica**

Una rete di resistori, ad esempio un Ladder Network (Rete a scala), ha una resistenza equivalente ai morsetti A e B esprimibile sia come funzione continua che tramite la sezione aurea o ai numeri di Fibonacci difatti il rapporto  $R_{eq}/R = \varphi$ .

## **5) Simmetrie dei solidi platonici**

(dalla voce “Solido platonico” di Wikipedia);

I numeri degli spigoli di tali solidi,

rispettivamente 6, 12, 12, 30, 30, sono di

forma  $2T$  con  $T$  numeri triangolari 3, 6, 6, 15,

15.

### **“Dualità e simmetrie nei solidi platonici**

La dualità poliedrale, cioè la trasfigurazione di un poliedro in un secondo poliedro che presenta rispettivamente i vertici, gli spigoli e le facce corrispondenti alle facce, agli spigoli e ai vertici del primo e che presenta le conseguenti relazioni di incidenza fra questi tre tipi di oggetti, è una involuzione che trasforma tetraedri in tetraedri e scambia cubi con ottaedri e dodecaedri con icosaedri.

L'elevata regolarità dei solidi platonici si rispecchia nel fatto che ciascuno di essi ha associato un esteso gruppo di

simmetria. Questi gruppi si possono considerare sottogruppi dei gruppi di simmetria dei vertici o dei gruppi di simmetria degli spigoli o dei gruppi di simmetria delle facce. I gruppi di simmetria di due solidi platonici duali sono isomorfi: infatti per dualità le permutazioni dei vertici di un poliedro diventano permutazioni delle facce del poliedro duale (mentre le permutazioni degli spigoli di un poliedro diventano permutazioni degli spigoli del duale).

Il gruppo di simmetria del tetraedro viene indicato con  $T_d$ , il gruppo di simmetria del cubo e dell'ottaedro viene indicato con  $O_h$ , il gruppo di simmetria dell'icosaedro e del dodecaedro con  $I_h$ .

## **Solidi platonici e cristalli**

Alcuni cristalli assumono la forma di solidi regolari: ad esempio il cloruro di sodio, il comune sale da cucina, si dispone in cristalli cubici, mentre il fluoruro di calcio, cioè la fluorite, si presenta in forma di ottaedri regolari. Sono poi molti i cristalli che si dispongono seguendo composizioni e varianti dei solidi platonici; questo equivale a dire che i rispettivi reticoli cristallini presentano spiccate proprietà di simmetria. Tali proprietà hanno un ruolo fondamentale per la loro classificazione.

## **In altre dimensioni**

Può essere interessante notare che in uno spazio a quattro dimensioni esistono **sei** politopi regolari, mentre

da cinque dimensioni in su ne esistono solamente **tre** (gli analoghi del cubo, del tetraedro regolare e dell'ottaedro regolare) Naturalmente nello spazio bidimensionale i poligoni regolari sono invece infiniti”

I solidi regolari sono ricordati anche nella successiva citazione (6), in relazione alle equazioni di quinto grado

## **6) Simmetrie e relatività**

(Dal libro “L’equazione impossibile” di Mario Livio, Ed.BUR).

“... Klein provò infatti che *il gruppo dell'icosaedro e quello delle permutazioni sono isomorfi*. Ma ricordiamoci che la dimostrazione di Galois sulla risolubilità delle espressioni algebriche di quinto grado teneva interamente conto della classificazione in base alle loro proprietà di simmetria in seguito alla permutazioni delle soluzioni. L’inaspettato collegamento tra le permutazioni e le rotazioni permise al matematico tedesco di tessere un magnifico arazzo in cui le equazioni di quinto grado, le funzioni e il gruppo delle rotazioni erano tutti strettamente intrecciati. Come il

completamento di un puzzle rivela l'immagine completa, così le interconnessioni fondamentali scoperte da Klein fornirono la risposta definitiva al perché le espressioni algebriche di quinto grado possono essere risolte con le funzioni ellittiche. Il potere unificatore della teoria dei gruppi era enorme e già alla fine del XIX secolo stava diventando chiaro che i suoi effetti avrebbero superato i confini della matematica pura. I fisici in particolare iniziarono a prenderla in seria considerazione. In primo luogo, grazie alla teoria della relatività generale di Einstein, la **geometria**\* fu riconosciuta come la proprietà chiave dell'universo in generale. La simmetria venne poi considerata la base da cui derivano in sostanza tutte le leggi della natura. Queste due semplici verità garantirono virtualmente che la ricerca di una teoria onnicomprensiva del cosmo si sarebbe trasformata in larga misura in quella dei gruppi sottostanti”.

(\* La sottolineatura è nostra)

## 6) **Fibonacci e Triangoli** (dal Math Building

Block dell'Ing. Rosario Turco, vedi rubrica Link del nostro sito)

### **Triangoli pitagorici**

Charles Raine trovò che se si considerano 4 numeri di Fibonacci di seguito  $F_k, F_{k+1}, F_{k+2}, F_{k+3}$

e consideriamo un triangolo rettangolo con cateti a, b e ipotenusa c, allora è:

$$a = F_k * F_{k+3}$$

$$b = 2 * (F_{k+1} * F_{k+2})$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

esaminiamo ad esempio la sequenza di Fibonacci:  
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

Se prendiamo ..3, 5, 8, 13, ...

$$a = 3 * 13 = 39$$

$$b = 2 * (5 * 8) = 80$$

$$c^2 = 39^2 + 80^2 = 1521 + 6400 = 7921; c = 89$$

Una nostra generalizzazione dei Triangoli pitagorici si trova sul nostro sito, “Generalizzazione della Serie di Fibonacci – Parte seconda” in sezione “Articoli su Fibonacci” (La prima parte riguarda invece una generalizzazione dei “Quasi quadrati di Fibonacci”).

Riportiamo tale brano per evidenziare la relazione tra la Serie di Fibonacci e la Geometria (triangoli), come possibile conseguenza della relazione tra tale serie e le simmetrie dei gruppi di Lie, basate sui numeri triangolari.

## **8) Una breve definizione di E8, il gruppo di**

Lie interessato alla recente scoperta (Dalla

rivista “Le Scienze” di maggio 2007, rubrica

“Il matematico impertinente” su “Il gruppo

delle stringhe”, di Piergiorgio Odifreddi):

“... Tra i gruppi di Lie eccezionali, E8 è il più complicato ed interessante. Anzitutto da un punto di vista matematico, visto che contiene come sottogruppi E6 ed E7. Ma anche da un punto di vista fisico, visto che una sua doppia coppia caratterizza la teoria eterotica delle stringhe, permettendo la compattificazione di 16 delle 26 dimensioni nelle quali esiste la teoria...

(Vedi successiva citazione sulle dimensioni in cui

vibrano le stringhe e le dimensioni del mondo

fisico, correlate tra loro dalla serie di Fibonacci)

## **9) Relazione tra Serie di Fibonacci e**

**numeri di dimensioni coinvolte nelle teorie**

**di stringa**

(dal Riassunto nostro lavoro “ Fibonacci,

dimensioni, stringhe: nuove interessanti

dimensioni” sul sito del Dott. Nardelli

<http://xoomer.alice.it/stringtheory>)

“In questo lavoro si mostrano semplici ma interessanti connessioni tra i numeri di Fibonacci  $F = 1, 2, 3, 5, 8, 13$  e i numeri  $D$  corrispondenti alle dimensioni spazio-temporali coinvolte nelle teorie di stringa, con  $D = 2F$ , formula che potrebbe essere la condizione limitante (o una delle condizioni limitanti) circa i modi di vibrazioni delle stringhe, le quali possono vibrare solo con certi numeri  $D$ , come 10 e 26 per le stringhe eterotiche, e non con altri: Inoltre potrebbe esistere una connessione tra le simmetrie dei gruppi algebrici di Lie, importanti nel Modello Standard, e i numeri  $D = 2F$ .

Se così fosse veramente, l'intero nostro universo visibile poggerrebbe, dal punto di vista matematico, quasi interamente sui numeri di Fibonacci, oltre che sui numeri primi, i numeri primi naturali, ed anche sui numeri di partizioni  $p(n)$ , coinvolti nelle teorie sulla gravitazione ma anche nelle teorie di stringa, e i numeri  $p$ -adici, coinvolti nelle teorie di stringa. Ci sarebbe quindi un solido ponte tra la fisica teorica ed alcuni settori della teoria dei numeri (numeri di Fibonacci, con la formula  $D = 2F$ , numeri primi sottoforma di numeri primi naturali, di forma  $6F \pm 1$ , numeri  $p$ -adici, e infine i numeri di partizione; tutti numeri con curve logaritmiche, molto diffuse in parecchi fenomeni naturali.

## **10) E8 nella TOE di Garrett Lisi**

dal suo articolo “An Exceptional Simple Theory of Everything”, reperibile su arXiv:0711.0770v1

[hep-th] 6 Nov 2007

“ ...ABSTRACT: All fields of standard model and gravity are unified as an E8 principal bundle connection. A non – compact real form of the E8 Lie algebra has G2 and F4 sub-algebras which break down to strong su(3), electroweak su(2) x u(1), gravitational so(3,1), the frame - Higgs, and three generations of fermion related by triality. The interactions and dynamic of these 1 –form and Grassmann valued parts of E8 super-connection are described by the curvature and action over a four-dimensional base manifold

## **11) Partizioni di numeri $p(n)$**

e possibile relazioni con le simmetrie dei numeri di Lie  $L(n)$ , e con i numeri triangolari T tramite

la formula  $p(n) \sim 2T + 1$ , con Tabella finale

Dal libro di Marcus du Sautoy

“L’enigma dei numeri primi” Rizzoli, pag.

sulle partizioni dei numeri presenti in natura,

pag. 261:

“...sono numeri che spuntano nel mondo fisico quasi con la stessa frequenza dei numeri di Fibonacci. Per esempio, dedurre la densità dei livelli energetici in certi sistemi quantistici si riduce a comprendere il modo in cui cresce il numero delle partizioni...”

(A differenza dei numeri di Fibonacci, dove il rapporto tra un numero e il precedente è la costante nota come numero aureo 1,618..., nelle partizioni di numeri il rapporto è invece sempre più piccolo, e tende a 1 per partizioni

di numeri sempre più grande; per es.

$11/7 = 1,57$ , mentre  $176/135 = 1,30 < 1,57$ ,  
ecc.)

Poiché i numeri di Fibonacci appaiono anch'essi in natura e sono connessi ai numeri di Lie, pensiamo che anche le partizioni di numeri siano connessi ai numeri di Lie e quindi alle loro simmetrie, e forse non ci sbagliamo, vedi nelle Tabelle finali (esiste infatti una connessione, sebbene un po' più debole che con i numeri di Fibonacci).

## **12) $3 + 7 = 10$ Dimensioni (Goldbach?)**

Dall'articolo "Contano le dimensioni" sulla

rivista “Newton oggi” marzo 2010, paragrafo

“Siamo qui perché siamo qui” di Michael

Brooks, dedicato alle nostre tre dimensioni

spaziali , pag. 124:

“... Nel 2005, Andreas Karch della University of Washington e Lisa Randall della Harvard University hanno proposto una spiegazione più meccanicistica del mistero della tridimensionalità (perché il nostro universo ha sole tre dimensioni spaziali, N.d.A.A.). Hanno creato un modello in cui molti universi di dimensioni differenti fluttuano all’interno di un iperspazio in espansione a dimensione dieci, come quello tipico della teoria delle stringhe. Quando questi universi collidono tra di loro, si annichiliscono a vicenda. I calcoli mostrano che gli universi a **tre** e a **sette** dimensioni sarebbero quelli con maggiori probabilità di sopravvivenza a queste catastrofi. Se si accettano le premesse, questa è praticamente una risposta alla nostra domanda – ma allora perché non viviamo in uno spazioso regno a sette dimensioni invece del nostro ristretto universo tridimensionale? Una risposta può essere data considerando lo spazio non come un insieme uniforme, ma come una costruzione fatta di tanti piccoli pezzi. Un gruppo di ricerca europea ha fatto proprio questo, utilizzando un analogo multidimensionale

del **triangolo** (molto importante nel PGTS, per esempio tramite i numeri triangolari, i poliedri regolari, ecc. N.d.A.A.), la più semplice unità che possa essere assemblata in modi diversi per costruire universi curvi. Imponendo al loro modello di universo di rispettare rigorosamente il rapporto causa-effetto, i ricercatori hanno trovato che il risultato ha proprio una dimensione temporale e tre spaziali...”

Osserviamo qui che poiché gli universi che sopravvivono alle suddette collisioni sono quelli a tre e a sette dimensioni, tale sopravvivenza sarebbe dovuta al fatto che 3 e 7, oltre che ad essere, secondariamente, numeri primi, sono anche (principalmente) numeri di Lie :

$$L(1) = 1^2 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 = \mathbf{3}$$

$$L(2) = 2^2 + 2 + 1 = 4 + 2 + 1 = \mathbf{7}$$

connessi ai gruppi di Lie e alle loro simmetrie e quindi alla maggiore stabilità che esse possono determinare (per esempio i fenomeni regolati dai numeri di Fibonacci, connessi ai numeri di Lie, sono stabili e regolari).

Questa maggiore stabilità potrebbe essere quindi utile anche alla sopravvivenza di universi a sette dimensioni, oltre a quelli di tre dimensioni come il nostro. Gli altri sarebbero destinati all'annichilazione nelle collisioni con gli altri universi fluttuanti nell'iperspazio a dieci dimensioni, ipotizzato dai suddetti ricercatori. Ma se consideriamo 3 e 7 anche

come numeri primi, oltre che come numeri di Lie (ma le due cose non sono incompatibili)

notiamo che la loro somma è  $3 + 7 = 10$ , come da ex-congettura di Goldbach, e quindi come equidistanti e quindi simmetrici da  $5 = 10/2$ .

Infatti  $5 - 2 = 3$  e  $5 + 2 = 7$ , e notiamo che 3 e 5 sono anche numeri di Fibonacci, legati ai numeri di dimensioni (vedi relativa citazione 9).

### **13) Ottonioni e gruppo di Lie E8**

Dall'articolo "Contano le dimensioni" sulla Rivista "Newton oggi" Marzo 2010, paragrafo "Il paradiso dei surfisti" (8 dimensioni) di Anil

## Ananthaswamy pag. 126:

“ Otto dimensioni rappresentano uno spazio rarefatto, casa degli ottonioni - << il vecchio zio pazzo che teniamo chiuso in soffitta >> come li definisce il matematico John Baez della University of California di Riverside. In effetti, gli ottonioni sono creature strambe. Essi costituiscono uno dei soli quattro sistemi di numeri in cui è possibile la divisione, e dove quindi è permesso compiere l'intero insieme di operazioni algebriche. Però, il modo in cui gli ottonioni si combinano tra loro è particolarmente indisponente e dissimile da tutto quanto ci è familiare nel nostro convenzionale sistema di numeri. E allora perché occuparsene? Perché, per alcuni problemi di fisica teorica, sono uno strumento inestimabile. Le matrici riempite di ottonioni sono gli elementi base di una bizzarra struttura matematica nota col nome di “gruppo di Lie eccezionale E8”, che sta al cuore di una particolare formulazione della teoria delle stringhe. Nel 2007, E8 è salito alla ribalta quando il fisico Garrett Lisi, che non è affiliato ad alcuna università e passa la maggior parte del suo tempo a fare surf alle Hawaii, lo ha utilizzato per unificare, almeno così sembra, la gravità con le tre altre forze fondamentali senza usare la teoria delle stringhe. Il clamore che ha circondato questo lavoro ha irritato più di uno studioso: <<I teorici delle stringhe hanno lavorato su E8 fin dai tardi anni 70” dice Michael Duff dell’Imperial College di Londra, << non sentivamo proprio la mancanza di surfisti che ci dicessero quanto è interessante >>. Duff stesso è scettico

sul valore degli ottonioni, e fa notare come nessuna teoria in cui compaiono sia stata verificata con un esperimento: << Per ora rimane una congettura il coinvolgimento degli ottonioni con il mondo reale >>.

Per essere obiettivi, pubblichiamo anche questa opinione (che però non condividiamo pienamente), oltre che l'Abstract dell'articolo "E8 nella TOE di Garrett Lisi" ( Citazione 10)

## **Conclusione**

Con questo nuovo e utile materiale, i nuovi riferimenti e le nuove tabelle finali, concludiamo che la natura (a cominciare dalle stringhe) è basata essenzialmente su un complicato intreccio di numeri primi (formula

delle geometrie proiettive), numeri triangolari e numeri di Lie (simmetrie), numeri di Fibonacci (conservazioni di simmetrie), partizioni di numeri (conservazioni di simmetrie) che sostengono ancora di più il principio geometrico (PGTS) mostrato nella prima parte di questo lavoro.

## **Riferimenti**

- 1) Francesco Di Noto e Michele Nardelli  
“PROGETTO PGTS Il principio geometrico alla base delle Teorie di Stringa” in sezione

“Articoli di Fisica – Matematica”

2) “Quantum Criticality in Ising Chain:  
Experimental Evidence for Emergent E8  
Symmetry”, Caldeira R. et al. sul sito

<http://www.physics.ox.ac.uk/quantum-magnetism/selected-publications.htm>

3) Michele Nardelli, “Scoperto il legame tra  
la sezione aurea e la simmetria” riportante  
l’articolo “E8, l’Universo e tutto quanto” di  
Federica Sgorbissa, sul sito del Dott. Nardelli

<http://nardelli.xoom.it/virgiliowizard/>

e in sezione “Articoli di Fisica –Matematica

del nostro sito [www.gruppoeratostene.com](http://www.gruppoeratostene.com)

4) “On some connections between condensed matter and string theory. Mathematical connections with some sectors of Number Theory”, idem.

5)“Il rapporto aureo governa la musica quantistica” su

<http://lescienze.espresso.repubblica.it/articolo/articolo134>

# Tabelle finali

## TABELLA 1

sui numeri di partizione

### TABELLA DEI NUMERI DI PARTIZIONE

(in colore rosa) INTORNO A  $2T+1$

(STRISCIA NUMERICA SELLE SIMMETRIE)

$2T-2$	$2T-1$	$2T$	$2T+1$	$2T+2$	$2T+3$	$2T+1 = Lie L(n)$
0	1	2	3	4		3
4	5	6	7	8		$7*2 = 14 = G_2$
10	11	12	13	14	15	$13 = L(3),$
18	19	20	21	22		$21 = L(4)$
28	29	30	31	32		$31*8 = 248 = E_8$
40	41	42	43	44		
54	55	56	57	58		
70	71	72	73	74	75 76	77
88	89	90	91	92		$101 = 90 + 11$ $101 = 110 - 9$
108	109	110	111	112		
...	...	...	...	...		
130	131	132	133	134	135	$133*1 = 7*19 = E_7$
						$176 = 182 - 6$

180 181 **182** 183 184 185

$$(13*4 = \mathbf{52} = F_4, \quad 13*6 = \mathbf{78} = E_6)$$

Come si vede, i numeri di partizione più piccoli 1, 1, 2, 3, 5, 7, 11, , 22, 30, 42 e 56, con eccezione di 15), rientrano tutti nella striscia numerica compresa tra  $2T-2$  e  $2T+2$ , mentre quelli un po' più grandi 77, 101, 135, 176, tendono ad uscirne fuori sempre più.

Ma i più piccoli potrebbero essere quelli presenti in natura, come accade anche per i numeri di Fibonacci, ed entrambi quindi **conservano le simmetrie dei numeri  $2T + 1$ , e legate ai numeri di Lie più piccoli (7,13,31).**

## TABELLA 2

riepilogativa delle relazioni tra i numeri di Fibonacci

$F$  e i numeri Triangolari  $T$ , e  $2T$

**TABELLA  $T \pm 1$ ,  $T \pm 2$  e i numeri di Fibonacci  $F$**

T-2	T-1	<b>T</b>	T+1	T+2
-1	0	<b><u>1</u></b>	2	3
<b>1</b>	2	<b><u>3</u></b>	4	5
4	5	<b>6</b>	7	8
8	9	<b>10</b>	11	12
<b>13</b>	14	<b>15</b>	16	17
19	20	<b><u>21</u></b>	22	23
26	27	<b>28</b>	29	30
<b>34</b>	35	<b>36</b>	37	38

53	54	<b>55</b>	56	57
63	65	<b>66</b>	67	68
76	77	<b>78</b>	79	80
<b>89</b>	90	<b>91</b>	92	93
...	...	...	...	...
229	230	<b>231</b>	<b>233</b>	234
...	...	....	...	...
376	<b>377</b>	<b>378</b>	379	380
...	...	...	...	...
1594	1595	<b>1596</b>	<b>1597</b>	1598
...	....	...	...	....

Come si nota facilmente, fino a  $T = 91$ , tutti i numeri di Fibonacci fino a 89 si trovano nella striscia numerica da  $T-2$  a  $T+2$ , ma anche alcuni numeri di Fibonacci più grandi, come 377 e 1597, giacciono in questa stessa striscia numerica. Tale vicinanza di  $F$  a  $T$  non è del tutto casuale, per quanto diremo in seguito. Ma i numeri di Fibonacci giacciono anche nella striscia numerica da  $2T-2$  a  $T+2$ , come da simile tabella seguente:

<u>2T-2</u>	<u>2T-1</u>	<u>2T</u>	<u>2T+1</u>	<u>2T+2</u>	<u>2T+1 = Lie L(n)</u>
0	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	4	<b>3</b>
4	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>7*2 = 14 = G2</b>
10	11	<b>12</b>	<b>13</b>	14	<b>13 = L(3)</b> ,
18	19	<b>20</b>	<b>21</b>	22	<b>21 = L(4)</b>
28	29	<b>30</b>	<b>31</b>	32	<b>31*8 = 248 = E8</b>
40	41	<b>42</b>	<b>43</b>	44	
54	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	58	
70	71	<b>72</b>	<b>73</b>	74	
88	<b>89</b>	<b>90</b>	<b>91</b>	92	
...	...	...	...	...	
130	131	<b>132</b>	<b>133</b>	134	<b>133*1 = 7*19 = E7</b>

$$13*4 = \mathbf{52} = F_4, \quad 13*6 = \mathbf{78} = E_6$$

Manca solo il numero di Fibonacci  $34 = 32 + 2$  e quindi fuori tabella; ma è presente nella precedente (costruita solo con  $T \pm 1$ ,  $T \pm 2$ , vedi PGTS Parte prima).

I numeri di Lie, ricordiamo, sono i numeri di forma  $L(n) = n^2 + n + 1 = 2T+1$ , connessi ai cinque gruppi eccezionali di Lie, i cui numeri di dimensione sono segnati in verde, e sono piccoli multipli dei numeri di Lie 7, 13 e 31; ecco quindi brevemente riassunte le connessioni tra numeri triangolari  $T$ ,  $2T$ ,  $2T+1 =$  numeri di Lie e gruppi di Lie, e anche con i numeri di Fibonacci fino a 89 giacenti nella striscia numerica tra  $2T - 2$  e  $2T+2$ . Manca il **144** perché è un quadrato perfetto  $= 12^2$  (unico, insieme a 1, in tutta la serie di Fibonacci, ma abbiamo anche 144 di forma  $4T = 4 \cdot 36$ ), mentre tutti gli altri numeri di Fibonacci sono vicini a metà distanza tra un quadrato e l'altro, come i numeri di Lie  $n^2+n+1$ ; come si vede dalle due tabelle, molti numeri iniziali di Fibonacci (fino a 89, e qualcuno anche dopo) sono di forma aritmetica  $T$  (cioè triangolari e di Fibonacci insieme, come **1, 3, 21 e 55**), oppure di forma  $T \pm 1$ , come **0, 2, 5, 377 e 1597**), oppure  $T \pm 2$ , come **1, 5, 8, 34 e 89**, ma anche  $2T \pm 1$ , come **1, 5, 13, 21, 55 e 89**, ed infine di forma  $2T \pm 2$ , come **0 e 8**; alcuni sono di più forme insieme, come per esempio **5, 8, 21**.

Alcuni sono anche numeri di Lie, come **3, 13 e 21**.

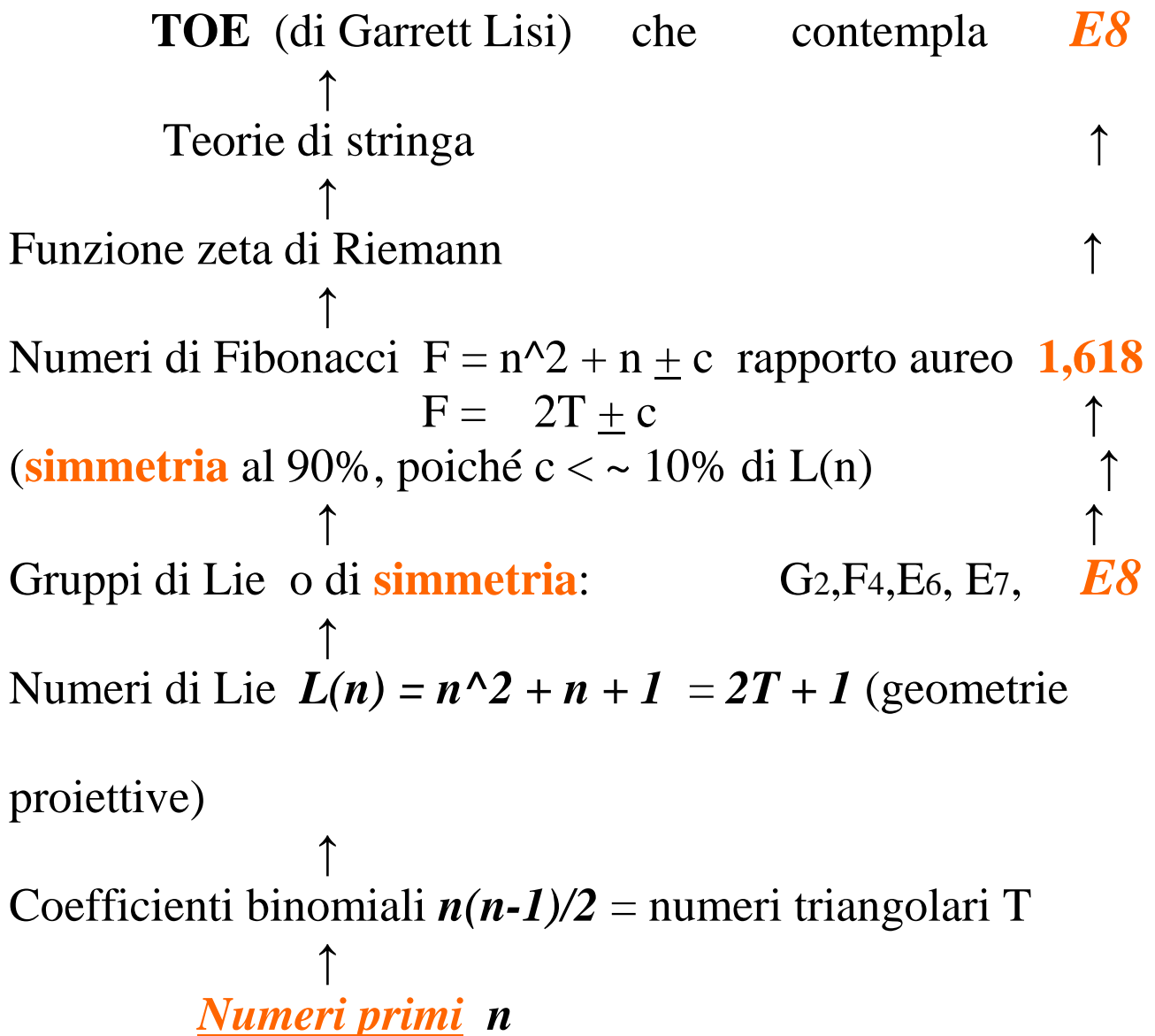
Queste tabelle dimostrano come anche i numeri di Fibonacci possano rispettare le simmetrie dei numeri  $T$  (coefficienti binomiali) e quindi dei vicinissimi numeri di Lie  $L(n) = 2T+1 = n^2 + n + 1$ ) presenti nel Modello Standard e nelle teorie di stringa nel microcosmo, ed è per questo che essi sono presenti, almeno fino a  $F = 144$ , in parecchi fenomeni naturali, formando spirali, frattali, ecc. nel macrocosmo visibile.

Ora il perché i numeri di Fibonacci appaiono così spesso e misteriosamente in natura è molto più chiaro: sono connessi alle simmetrie alla base delle geometrie spaziali; finora si constatava soltanto tale loro curiosa presenza in natura, attribuendola in

genere alle loro già note e numerose proprietà aritmetiche, per esempio la somma di due numeri di Fibonacci consecutivi dà il prossimo numero di Fibonacci; invece tale presenza sarebbe da attribuire, più correttamente, alle loro proprietà geometriche, identiche o molto vicine a quelle dei numeri di Lie ed ai conseguenti cinque gruppi eccezionali di Lie. E quindi anche i numeri di Fibonacci, in tal modo, possono benissimo far parte del *pgts* e contribuire in futuro allo studio delle teorie di stringa, oltre che a spiegare finalmente la loro comparsa in parecchi fenomeni naturali.

# ***SCHEMA RIEPILOGATIVO***

*(dai numeri primi alle TOE)*



## *Note*

*1) dalle teorie di stringa, tramite la AdS/C, si passa ai suddetti fenomeni naturali:*

*a) stato critico quantistico su cristallo niobato di cobalto*

*(recente scoperta: presenza di **E8**)*

*(si sospettano altri cristalli o materiali simili)*

*b) superconduttività, che contempla la AdS/CFT*

*c) quasicristallo, che contempla la funzione zeta*

*d) eventuali altri fenomeni*

*2) Lo schema riepilogativo di cui sopra presuppone il **pgts***

*(**p**principio **g**geometrico **t**teorie di **s**stringa)*

*3) Lo schema di cui sopra è compatibile col percorso*

***BEFZS** (**B**ernoulli, **E**ulero, **F**ibonacci, **Z**eta, **S**tringhe)*

*(Vedere omonimi articoli sui nostri siti)*

***FINE***