

I numeri primi a denominatore

*Gruppo
Eratostene*



Abstract

In this paper we show the cases where the prime numbers are at denominator:

- 1) cyclic numbers, as $1/p$
- 2) p-adic numbers, as $1/p^n$
- 3) Riemann's zeta function, as $1/p^s$, with s complex number
- 4) Artin's conjecture, with $1/p(p-1)$
- 5) Connection with Repunit numbers
- 6) Birch and Swinnerton - Dyer conjecture (formula of Hasse)

Introduzione

Sono già noti diversi tipi di numeri primi, e le varie congetture che li riguardano (Rif.1, articoli sul nostro sito www.gruppoeratostene.com, con i nostri risultati, e innumerevoli altri articoli sul web). Meno noti sono invece i vari casi più importanti in cui **i numeri primi compaiono a denominatore**, e che brevemente riassumiamo:

- 1) numeri ciclici, $1/p$, con accenno alla connessione con i repunit
- 2) numeri p-adici $1/p^n$ (Wikipedia, Nardelli)
- 3) funzione zeta $1/p^s$ con s numero complesso
- 4) congettura di Artin $1/p(p-1)$

5) Numeri Repunit), con connessione con i numeri ciclici

6) Congettura di Birch e Swinnerton – Dyer (formula di Hasse)

Nelle pagine seguenti descriveremo brevemente i suddetti casi, con finalità essenzialmente divulgative, con particolare attenzione ad eventuali relazioni con la fisica (casi 2 e 3, frequenti in alcuni lavori del Dott. Michele Nardelli e altri, in particolare sulle teorie di stringa). Per ognuno di questi casi, riportiamo brevemente anche la definizione di Wikipedia alla relativa voce, prima delle nostre considerazioni particolari

Numeri ciclici

Da Wikipedia, “Numero ciclico”

“ Si definisce **numero ciclico** quel numero di n cifre che ha le seguenti caratteristiche:

- moltiplicato per un numero da 1 a n , dà come risultato un numero che contiene le stesse cifre del numero di partenza, in ordine traslato
- moltiplicato per $n+1$, dà come risultato una sequenza di n cifre 9 (ovvero $10^n - 1$).

La ciclicità è una proprietà dipendente dal sistema di numerazione utilizzato...

- **I numeri ciclici sono legati ai reciproci di alcuni** numeri primi: se il reciproco di un numero primo p ($1/p$) ha un periodo di lunghezza $p-1$, allora il periodo è un numero ciclico. Alcuni esempi:

numero primo p	lunghezza periodo	$1/p$	numero ciclico
7	6	0, 142857 14285714285714285714285	142857
17	16	0, 0588235294117647 0588235294117	0588235294117647

Numeri ciclici

Altri numeri ciclici conosciuti sono:

- **105263157894736842**
- **1034482758620689655172413793**
- **1016949152542372881355932203389830508474576271186440677966”**

(L'evidenziazione in rosso è nostra)

Ora riportiamo L'accenno ai numeri ciclici da parte dell'Ing. Rosario Turco sul suo blog: <http://mathbuildingblock.blogspot.com/> del 24 aprile 2010:

“Numeri ciclici ed un po' magici

Alcuni numeri hanno una proprietà caratteristica. Prendiamo ad esempio 142.857.

E' un numero come un altro a prima vista. Ebbene se si moltiplica per un valore si ottiene un numero al cui interno si ripresenta il numero di partenza con cifre nello stesso ordine.

Se poi a tale risultato si moltiplica ulteriormente, il numero di partenza si ripresenta con cifre shiftate in modo circolare.

Ecco degli esempi:

$$\begin{array}{l} 142.857 \quad \times \quad 2 \quad = \quad 285.714 \quad 142.857 \quad \times \quad 5 \quad = \quad 714.285 \\ 142.857 \quad \times \quad 3 \quad = \quad 428.571 \quad 142.857 \quad \times \quad 6 \quad = \quad 857.142 \\ 142.857 \quad \times \quad 4 \quad = \quad 571.428 \quad 142.857 \quad \times \quad 7 \quad = \quad 999.999 \end{array}$$

E' facile osservare che le 6 cifre del numero compaiono, tra l'altro nello stesso ordine, anche nei risultati. Moltiplicando il numero magico per 7 si ottiene invece 999.999.

Disponendo le cifre in cerchio e iniziando a leggere in un punto qualsiasi procedendo in senso orario si ottiene sempre un numero multiplo di 142.857: ecco perché questo viene chiamato numero ciclico.

Forse avete anche osservato che sommando le due cifre opposte nella disposizione circolare si ottiene sempre 9.

Ad esempio spezziamo il numero in due parti uguali, e scriviamole incolonnate:

142
857

Cosa si nota ? Sommando le cifre in posizione corrispondente, si ottiene sempre 9:
 $1 + 8 = 4 + 5 = 2 + 7 = 9.$

Ciò vale anche per tutti i multipli, eccetto ovviamente quelli caratteristici dati dal primo generatore e suoi multipli!

Queste proprietà appartengono a tutti i numeri ciclici.

Alcuni di essi si possono generare con frazioni periodiche. Ad esempio 142.857 è il più piccolo di questi numeri ciclici e si ottiene dividendo 1 per 7 e considerando le prime 6 cifre decimali del periodo.

Un altro numero di questo genere si ottiene dividendo 1 per 17: si tratta esattamente di 588.235.294.117.647.

Dividendo 1 per 97, invece, si ottiene un numero ciclico di ben 96 cifre!

Un altro modo per generarli è secondo la formula:

$$C(p)=(b^{\{p-1\}}-1)/p$$

ove b è la base numerica prescelta e p è il numero primo dato, che non sia un divisore della base.

Ovviamente non ogni numero primo genera un numero ciclico.

In sintesi si definisce numero ciclico quel numero di n cifre in base b che ha le seguenti caratteristiche:

1. moltiplicato per un numero da 1 a n, dà come risultato un numero che contiene le stesse cifre del numero di partenza, in ordine traslato
2. moltiplicato per n+1, dà come risultato una sequenza di n cifre b-1 (ovvero b^n-1)
3. sono caratterizzati dall'essere sempre espressi con p - 1 cifre, il che spiega la loro strettissima correlazione con la rappresentazione e quindi la base numerica prescelta”

Un altro importante accenno ai numeri ciclici si trova, tra l'altro, anche nel seguente articolo del Prof. Carmelo Di Stefano “**Derive nello studio dei numeri razionali**”, già pubblicato anche sul nostro sito:

http://www.gruppoeratostene.com/articoli/Derive_3_progetto_Alice.pdf

e anche nel libro in inglese di David Wells: Prime numbers – The Most Mysterious Figures in Math”, a pag.37-38 (cyclic numbers), e anche “Repunit connection”, pag.38-39, poiché i reciproci periodici di alcuni numeri primi, per esempio 1/7 e 1/13, sono connessi ai numeri primi Repunit (vedi punto 5).

E sui primi Reputit noi abbiamo una ricerca computazionale in corso, vedi nostra home page.

Numeri p-adici

Da Wikipedia, “Numero p-adico”

“Numero p-adico

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

Il sistema dei numeri p-adici è stato descritto per la prima volta da Kurt Hensel nel 1897. Per ogni numero primo p , il sistema dei numeri p-adici estende l'aritmetica dei numeri razionali in modo differente rispetto all'estensione verso i numeri reali e complessi. L'uso principale di questo strumento viene fatto nella teoria dei numeri.

L'estensione è ottenuta da un'interpretazione alternativa del concetto di valore assoluto. Il motivo della creazione dei numeri p-adici era il tentativo di introdurre il concetto e le tecniche delle serie di potenze nel campo della teoria dei numeri. Attualmente il loro utilizzo va oltre, per esempio l'analisi dei p-adici rappresenta una forma alternativa di calcolo.

Più concretamente per un dato numero primo p , il campo \mathbb{Q}_p dei numeri p-adici è un'estensione dei numeri razionali. Se tutti i campi \mathbb{Q}_p vengono considerati collettivamente, arriviamo al principio locale-globale di Helmut Hasse, il quale a grandi linee afferma che certe equazioni possono essere risolte nell'insieme dei numeri razionali se e solo se possono essere risolte negli insiemi dei numeri reali e dei numeri p-adici per ogni p . Il campo \mathbb{Q}_p possiede una topologia derivata da una metrica, che è, a sua volta, derivata da una stima alternativa dei numeri razionali. Questa metrica è completa, nel senso che ogni serie di Cauchy converge.

Nel campo delle curve ellittiche, i numeri p-adici sono conosciuti come numeri ℓ -adici, a causa dei lavori di Jean-Pierre Serre. Il numero primo p è spesso riservato per l'aritmetica modulare di queste curve.

...

Approccio analitico

L'approccio analitico consiste nel considerare all'interno di \mathbb{Q} non la norma euclidea, ma appunto la norma p-adica definita da:

$\|x\|_p = \left(\frac{1}{p}\right)^n$ dove $x \in \mathbb{Q}$ è scritto in forma irriducibile, $n \in \mathbb{Z}$ tale che $x = p^n \frac{a}{b}$, $p \nmid a, p \nmid b$.

Ovviamente da questa norma si definisce di conseguenza una distanza e si può quindi parlare di convergenza di successioni.

In questo modo i numeri p-adici \mathbb{Q}_p vengono definiti come il completamento secondo Cauchy di \mathbb{Q} con la norma p-adica. I numeri p-adici di norma minore o uguale a 1 sono detti interi p-adici e l'insieme di tutti gli interi p-adici, in genere indicato con \mathbb{Z}_p , forma un sottoanello di \mathbb{Q}_p .

Viene definita anche la valutazione p-adica $v_p(a) = \log_{\frac{1}{p}} \|a\|_p$

...

I numeri p-adici sono presenti, come già accennato, in diversi lavori del Dott. Michele Nardelli, vedi sezione “Articoli sulla Fisica –Matematica, e sui due suoi siti:

<http://xoomer.alice.it/stringtheory>

<http://nardelli.xoom.it/virgiliowizard/>

(vedi sezione link)

Funzione zeta

Da Wikipedia, “Funzione zeta”:

Funzione zeta di Riemann

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

Vai a: Navigazione, cerca

La funzione zeta di Riemann $\zeta(s)$ è definita per ogni numero complesso $s \neq 1$ dalla serie:

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

che converge per $\text{Re}(s) > 1$, mentre nel resto del piano complesso si può utilizzare l'insieme dei suoi prolungamenti analitici, ad esempio sfruttando la relazione di riflessione sotto riportata. L'importanza di questa funzione è legata all'ipotesi di Riemann.

...

Nel XVIII secolo Eulero dimostrò che:

$$\zeta(s) = \prod_p \frac{1}{1 - p^{-s}}$$

dove il prodotto corre su tutti i numeri primi p . Questo prodotto è all'origine del collegamento tra funzione zeta e numeri primi. Con dimostrazioni simili a quella di Eulero si può estendere il prodotto a molte altre funzioni e fare dunque un collegamento con la funzione zeta. Per esempio:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \mu(n)n^{-s} = \prod_p (1 - p^{-s}) = \frac{1}{\zeta(s)}$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} |\mu(n)|n^{-s} = \prod_p (1 + p^{-s}) = \frac{\zeta(s)}{\zeta(2s)}$$

...

Come si vede, anche qui i numeri primi figurano a denominatore, come $1/p^s$.

I nostri contributi allo studio della funzione zeta e dell'ipotesi di Riemann sono nella sezione "Articoli su Riemann" e "Articoli su Problemi del Millennio" e sui due siti del Dott. Michele Nardelli (vedi sezione "link")

Congettura di Artin.

Da Wikipedia, voce "congettura di Artin"

"Congettura di Artin

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

In matematica, la congettura di Artin è una congettura sull'insieme dei numeri primi p per cui un dato intero $a > 1$ è una radice primitiva modulo p . La congettura porta il nome di Emil Artin, che la formulò ad Helmut Hasse il 27 settembre 1927, in accordo con il diario di quest'ultimo.

Precisamente, la congettura afferma che, dato un intero a non quadrato, diverso da 1 e -1, se $S(a)$ è l'insieme dei primi p tali che a è una radice primitiva modulo p , allora

1. $S(a)$ possiede una densità di Schnirelmann positiva nell'insieme dei primi. In particolare, $S(a)$ è infinito.
2. Se a è privo di quadrati, allora la densità è indipendente da a e uguale alla **costante di Artin**

$$C_{Artin} = \prod_p \left(1 - \frac{1}{p(p-1)} \right) \approx 0.3739558136\dots$$

dove il prodotto è preso tra tutti i numeri primi.

Formule simili esistono quando a contiene quadrati.

Per esempio, se $a=2$, allora la congettura afferma che l'insieme dei primi p per cui 2 è una radice primitiva ha densità C . I primi più piccoli per cui accade questo sono

3, 5, 11, 13, 19, 29, 37, 53, 59, 61, 67, 83, 101, 107, 131, 139, 149, 163, 173, 179, 181, 197, 211, 227, 269, 293, 317, 347, 349, 373, 379, 389, 419, 421, 443, 461, 467, 491, ... (Sequenza A001122 dell'OEIS)

che contiene 38 dei 95 primi più piccoli di 500. Il rapporto (che dovrebbe tendere a C è $38/95=0.41051\dots$

Nel 1967 Hooley pubblicò una dimostrazione della congettura, condizionata però ad una generalizzazione dell'ipotesi di Riemann.[1]

Nel 1984 R. Gupta e R. Ram Murty mostrarono, attraverso metodi di crivello che la congettura è vera per infiniti valori di a . [2] Il loro risultato fu migliorato da Roger Heath-Brown, che dimostrò che la congettura è vera per tutti i numeri primi eccetto al più due di essi. [3] La sua dimostrazione non è costruttiva; di conseguenza non è noto nessun valore specifico di a per cui la congettura di Artin è vera....”

I nostri contributi: “Appunti sulla congettura di Artin”, già sul nostro sito, sezione “Articoli sui numeri primi”; la nostra osservazione più interessante è che i numeri sopra riportati e connessi alla congettura, “preferiscono” in misura significativa, circa il doppio, per qualche ancora misterioso motivo, la forma $6k-1$ anziché l'altra $6k+1$ dei numeri primi che, com'è noto, sono di forma generale $6k+1$, tranne il 2 e il 3 iniziali. Sappiamo bene che questa è una congettura molto difficile, connessa alle curve ellittiche (connesse alla crittografia ECC e anche alla congettura di Birch e Swinnerton- Dyer, uno dei sei problemi del Millennio ancora aperti (Vedi sezione “I Problemi del Millennio), ma i nostri appunti potrebbero suggerire qualche eventuale buona idea ai matematici che volessero affrontare in seguito la congettura di Artin.

Numeri primi Repunit

Da Wikipedia, “Repunit”

Nella matematica ricreativa, un repunit (dall'inglese "repeated unit", [1] unità ripetuta) è un numero intero che contiene solo la cifra 1, come 11, 111 o 1111.

I repunit sono definiti matematicamente come:

$$R_n = \frac{10^n - 1}{9}$$

dove R_n è il numero formato da n ripetizioni della cifra 1, ovviamente questo per la base 10; e la sequenza dei repunit con 1, 11, 111, 1111, ... (sequenza A002275 dell'OEIS).

Primi repunit

 Per approfondire, vedi la voce Repunit (fattori).

Storicamente, la definizione dei repunit è stata motivata dalla ricerca, all'interno della matematica ricreativa, dei fattori primi di tali numeri.

Si può facilmente dimostrare che se n è divisibile per a , allora R_n è divisibile per R_a . Ad esempio 9 è divisibile per 3, e R_9 è divisibile per R_3 : $111111111 = 111 \cdot 1001001$. Ne consegue che condizione necessaria perché R_n sia primo è che n sia a sua volta un numero primo.

La sequenza dei primi repunit attualmente noti è A004022 dell'OEIS, mentre la più compatta sequenza delle loro lunghezze è la A004023 dell'OEIS. R49081 (scoperto nel 1999 da Harvey Dubner), R86453 (scoperto nell'ottobre 2000 da Lew Baxter) e R109297 (scoperto anch'esso da Harvey Dubner nel marzo del 2007) sono attualmente considerati primi probabili, ovvero hanno sino ad ora superato molteplici test di primalità pur mancando ancora una reale dimostrazione del fatto che siano effettivamente primi.

È stato congetturato che, benché estremamente rari, esistano infiniti numeri primi repunit^[5]...”

Per quanto riguarda la connessione con i numeri primi a denominatore, vedi punto 1 sui **numeri ciclici**, che comunque brevemente riportiamo, insieme ad un brano in inglese:

“Repunit connection”, pag.38-39, poiché i reciproci periodici di alcuni numeri primi, per esempio $1/7$ e $1/13$, sono connessi ai numeri primi Repunit:

“the repunit connection

There is a simple connection between reciprocal prime periods and the repunits, numbers whose digits are all 1, which we can illustrate with the case $1/7$ and $1/13$:

$1/7$	$= 0.142857\ 142857\ \dots$
and	
$7 \cdot 1/7$	$= 1 = 0.999999\ 999999\ \dots$

so,
 $7 \cdot 142857 = 999999 = 9 \cdot 111111$
 Similary,
 $1/13 = 0,076923\ 076923\ \dots$
 and
 $13 \cdot 076923 = 1 = 0.999999\ 999999\dots$
 so,
 $13 \cdot 1/13 = 999999 = 9 \cdot 111111$
 ... ”

dove 111111 è un numero Repunit, anche se non primo (la connessione riguarda i Repunit in genere).

Congettura di Birch e Swinnerton - Dyer

Anche nella congettura di Birch e Swinnerton – Dyer ci sono numeri primi a denominatore, ed in particolare nella formula di Hasse che brevemente riportiamo, insieme alla relazione con la funzione zeta di Riemann (pag. 19 dell’articolo dell’Ing. Rosario Turco e della prof. Maria Colonnese “Congettura di Birch e Swinnerton – Dyer – Curve ellittiche – Fattorizzazione discreta – Crittografia”, già sul nostro sito in sezione “Articoli su Problemi del Millennio”:

“ Divagazione sulla Zeta di Riemann e la $L(E,s)$

La funzione zeta di Riemann e le sue stupefacenti proprietà possono essere traslate anche nel mondo dei campi (massimali ideali etc.)

Hasse mostrò che se $\zeta(E/F_p) = \frac{1 - a_p x + p x^2}{(1-x)(1-px)}$ dove $x = p^{-s}$

$$a_p = p+1 - N_p.$$

Da notare che gli zeri della funzione $\zeta(E/F_p)$ si hanno dove p^{-s} è una radice di $1 - a_p x + p x^2$

Se si usa la stima di Hasse che $|a_p| < 2\sqrt{p}$ si può trovare che gli zeri di $\zeta(E/F_p)$ corrispondono a quelli sulla retta critica a $\text{Re}(s) = 1/2 \dots$ ”

In tal modo, RH e congettura di Swinnerton – Dyer sono connesse anche in questo modo, oltre che più in generale, dai numeri primi a denominatore. Per altri particolari

su questo argomento rimando al suddetto articolo e al libro di K. Devlin “I problemi del millennio” (Longanesi & C. Editore, Cap. 6 pag.236 “Sapere quando un’equazione non può essere risolta”

– La congettura di Birch e Swinnerton – Dyer”, con altre formule sulla funzione di Hasse, N_p e relative discussioni.

Conclusione

Concludiamo questo nostro lavoro divulgativo e riepilogativo sui **numeri primi a denominatore**, possibilmente utile in futuro ad ulteriori ricerche su tale argomento, con la scoperta di Eulero che la somma dei reciproci dei numeri primi diverge:

(dal già citato libro di Wells, pag. 74, Eulero e i reciproci dei numeri primi, nostra traduzione):

Euler and the reciprocals of prime numbers”

“Eulero provò nel 1737 che la somma dei reciproci dei numeri primi

$$1/2 + 1/3 + 1/5 + 1/7 + 1/11 + 1/13 + 1/17 + \dots$$

diverge. Egli affermò anche, in notazione moderna, che essa diverge come la funzione $\log \log n$. Questa è così lenta che più di 360.000 termini sono necessari affinché la somma ecceda 3”

I reciproci dei numeri primi sono connessi ai reciproci dei numeri gemelli, che danno la costante dei numeri gemelli (da Wikipedia, “Numeri primi gemelli”:

Numeri primi gemelli

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

Vai a: [Navigazione](#), [cerca](#)

Si definiscono numeri primi gemelli due numeri primi che differiscono tra loro di due. Fatta eccezione per la coppia (2, 3), questa è la più piccola differenza possibile fra due primi. Alcuni esempi di coppie di primi gemelli sono 5 e 7, 11 e 13, e 821 e 823.

Il problema dell'esistenza o meno di infiniti numeri primi gemelli è da tanti anni uno dei più grandi problemi aperti della teoria dei numeri, che prende il nome di congettura dei numeri primi gemelli. Vi è anche una versione più forte, la congettura di Hardy-Littlewood, che postula una legge sulla distribuzione dei primi gemelli analoga al teorema dei numeri primi.

Usando il suo famoso metodo del crivello, Viggo Brun mostrò che il numero di primi gemelli minori di x è $\ll \frac{x}{\log x^2}$. Questo risultato implica che la somma dei [reciproci](#) di tutti i primi gemelli converge (vedi costante di Brun). Ciò è in evidente contrasto con la somma dei reciproci di tutti i primi, che diverge. Egli dimostrò anche che ogni numero pari si può scrivere in infiniti modi come differenza di due numeri che abbiano entrambi al più 9 fattori primi. Il noto teorema di Chen Jingrun afferma che per ogni m pari, esistono infiniti numeri primi che differiscono di m da un numero che abbia al massimo 2 fattori primi (cioè un semiprimo). Prima di Brun, anche Jean Merlin aveva tentato di risolvere il problema con il metodo del crivello.

Ogni coppia di primi gemelli maggiore di 3 è della forma $(6n - 1, 6n + 1)$ per qualche numero naturale n , e, con l'eccezione di $n = 1$, n deve terminare in 0, 2, 3, 5, 7, o 8.

È stato dimostrato che $(m, m + 2)$ è una coppia di primi gemelli se e solo se

$$4((m - 1)! + 1) = -m \pmod{m(m + 2)}$$

Un'analisi empirica di tutte le coppie di primi gemelli fino a $4.35 \cdot 10^{15}$ mostra che il numero di tali coppie formate da numeri minori di x è $x \cdot f(x) / (\log x)^2$ dove $f(x)$ è circa 1,7 per valori piccoli di x e si riduce a circa 1,3 al tendere di x all'infinito. Si congetture che il valore limite di $f(x)$ sia uguale alla *costante dei numeri primi gemelli*

$$2 \prod_{p \geq 3} \left(1 - \frac{1}{(p - 1)^2}\right) = 1,3203236\dots;$$

questa congettura implicherebbe la congettura dei numeri primi gemelli, ma è irrisolta...”

Tale costante è utile a calcolare approssimativamente il numero delle $g(N)$ coppie di gemelli fino a N , con la formula logaritmica

$$g(N) \sim N / (\ln N)^2 * 1,3203236\dots$$

e poiché $G(N) \sim N / (\ln N)^2$ è la formula logaritmica per il calcolo approssimativo delle coppie di Goldbach, (soprattutto per i numeri pari di forma $N = 6n \pm 2$, poiché per i numeri pari $N = 6n$, il numero di coppie di Goldbach è circa il doppio) ne consegue che coppie di Goldbach e coppie di numeri primi gemelli sono connesse dalla formula

$$g(N) \sim G(N) * 1,3203236\dots$$

per esempio per $N = a 100\ 000$ ci sono 810 coppie di Goldbach e fino a 100 000 ci sono 1224 coppie di primi gemelli, e $810 * 1,32036 = 1069,49 \sim 1224$ (per N molto più grandi l'approssimazione è migliore); viceversa, conoscendo il numero di coppie di gemelli $g(N)$, è possibile calcolare approssimativamente il numero di coppie di Goldbach per lo stesso numero N , con la:

$$G(N) \sim g(N) / 1,3203236$$

Per esempio, è noto che fino a 1 000 000 000 ci sono 3 424 506 coppie di numeri primi gemelli, e quindi $G(N) \sim 3\ 424\ 506 / 1,3203236 \sim 2\ 593\ 686$ coppie di Goldbach per $N = 1\ 000\ 000\ 000$, mentre con la stima logaritmica $G(N) = N / (\ln N)^2$ abbiamo $1000000000 / 429,45 = 2328559$, valori molto vicini ed entrambi attendibili.

Ma torniamo ai numeri primi gemelli e in generale ai reciproci dei numeri primi .

Sul nostro sito abbiamo una nostra proposta di dimostrazione per la congettura dei numeri primi gemelli, “I numeri primi gemelli e l’ipotesi di Riemann generalizzata, in Sezione “Articoli su Riemann”

I reciproci dei numeri primi sono forse connessi ad una funzione S (sempre che sia la stessa , anch’essa lentissima, accennata da John Derbyshire nel suo libro “L’ossessione dei numeri primi” (Bollati Boringhieri),

pag 373:

“ ...Nell’intero intervallo su cui è stata finora studiata. La funzione zeta, vale a dire , per argomenti sulla retta critica fino all’altezza di circa 10^{23} , S varia da -1 a $+1$. Il valore noto più elevato è circa 3,2. Ci sono valide ragioni per pensare che se S dovesse mai raggiungere un valore prossimo a 100, allora la RH potrebbe essere in difficoltà. La parola chiave in questo caso è << potrebbe >>: il fatto che S raggiunga un valore vicino a 100 è una condizione *necessaria* perchè La RH sia in pericolo, ma non sufficiente... La velocità di crescita di S è così incredibilmente lenta che le altezze in questione superano l’immaginazione; certamente però alla fine S alla fine arriverà al valore 100. Allora fino a dove dobbiamo esplorare la retta critica per trovare un valore di S così elevato? ...probabilmente intorno a un valore di T pari a

10 000

10

10

...Molto oltre le attuali capacità di calcolo...”

Ma noi siamo invece sicuri della verità della RH (vedi sezioni “Articoli su Riemann”), e quindi il valore di $S = 100$ non è poi così pericoloso come si potrebbe pensare.

Notiamo che con la funzione zeta di Riemann, in questo senso (primi a denominatore) hanno a che fare la congettura di Birch e Swinnerton – Dyer (vedi connessione dell’Ing. Rosario Turco a pag.17, e probabilmente anche la funzione S a pag. 24 (sempre nel caso che fosse la somma dei reciproci dei numeri primi), **e possibilmente anche la somma dei reciproci dei primoriali.**

Per questa serie citeremo quanto ha scritto l’Ing. Rosario Turco, nel suo BlockNotes Matematico del 28.05.2010 Vedi sezione Link,

<http://MATHBwuildingBlock.blogspot.com>

“venerdì 28 maggio 2010

[Serie degli inversi dei primoriali e fattoriali](#)

La convergenza di una serie è un problema classico di matematica.

Un modo semplice per "sondare" la serie e stabilire se è convergente o divergente è quello di concentrarci sulla somma S della serie ed usare in PARI/GP le funzionalità `suminf` oppure `sum`; in tal modo aumentando il numero di elementi considerati si ha una indicazione sulla serie e la somma S .

In alcuni altri casi la sola `suminf` o la `sum` non è sufficiente e occorre scrivere un piccolo programma.

Primoriali

Un primoriale $p\#$ è uguale al prodotto dei numeri primi, a partire da p , con tutti i numeri primi precedenti.

Se vogliamo avere una indicazione sulla somma S della serie degli inversi dei primoriali, possiamo scrivere il seguente programma:

```
SerRevPrimorial(n) = local(S=0,P=1);{
```

```
  forprime(i=2,n,  
    P = ProdPrime(i);  
    S = S + (1/P) * 1.0;  
  );  
  return(S);  
}
```

```
ProdPrime(v)= local(p=1);{
```

```

forprime(i=2,v,
  p = p * i;
);
return(p);
}

```

Se lo eseguiamo, otteniamo:

```

? SerRevPrimorial(1)
%35 = 0
? SerRevPrimorial(2)
%36 = 0.50000000000000000000000000000000
? SerRevPrimorial(3)
%37 = 0.66666666666666666666666666666667
? SerRevPrimorial(5)
%38 = 0.70000000000000000000000000000000
? SerRevPrimorial(7)
%39 = 0.7047619047619047619047619047619047
? SerRevPrimorial(11)
%40 = 0.7051948051948051948051948052
? SerRevPrimorial(100)
%41 = 0.7052301717918009651474316828
? SerRevPrimorial(1000)
%42 = 0.7052301717918009651474316828
? SerRevPrimorial(10000)
%43 = 0.7052301717918009651474316828

```

Si osserva che già da $p=7$ si ottiene che la serie degli inversi dei primoriali converge al valore 0.7047619047619047619047619047, valore leggermente minore della metà della radice quadrata di 2 o del seno di $\pi/4$.

Fattoriali

Se vogliamo, invece, avere indicazioni sulla serie inversa dei fattoriali il programmino è del tipo:

```

SerRevFactorial(n) = local(S=0,P=1);{
  for(i=1,n,
    P = i!;
    S = S + (1/P) * 1.0;
  );
  return(S);
}

```

Se lo eseguiamo, otteniamo:

```

? SerRevFactorial(1)
%4 = 1.00000000000000000000000000000000
? SerRevFactorial(2)
%5 = 1.50000000000000000000000000000000
? SerRevFactorial(3)
%6 = 1.66666666666666666666666666666667

```

