I numeri primi gemelli e l'abbondanza di Goldbach

Gruppo Eratostene

Il calcolo del numero g(N) di coppie di numeri primi gemelli equivale a calcolare il numero G(N) di coppie di Goldbach per N con abbondanza 1,3203236 corrispondente all'abbondanza r = 1,3203274 per il numero 6,92480 (con 6 = 3#, pari e primoriale di forma 6k = 6*1) (Rif.1 e Rif. 2)

Quindi la curva di g(N) è interna al grafico comet per la congettura di Goldbach, e molto vicina ai valori di G(N) per multipli di 6 (il primordiale con abbondanza r =1,16 molto vicina alla radice quadrata 1,14905281 della costante dei numeri primi gemelli: relativa voce di Wikipedia "Numeri primi gemelli":

Un'analisi empirica di tutte le coppie di primi gemelli fino a $4.35 \cdot 10^{15}$ mostra che il numero di tali coppie formate da numeri minori di x è $x \cdot f(x)/(\log x)^2$ dove $f(x)$ è circa 1,7 per valori piccoli di x e si riduce a circa 1,3 al tendere di x all'infinito. Si congettura che il valore limite di $f(x)$ sia uguale alla *costante dei numeri primi gemelli*

$$2\prod_{p\geq 3}\left(1-\frac{1}{(p-1)^2}\right)=1,3203236\ldots;$$

questa congettura implicherebbe la congettura dei numeri primi gemelli, ma è irrisolta.”

E che è circa il doppio della costante 0,66016118……..,

vedi Wikipedia“Congettura dei numeri primi gemelli:

“Definiamo la costante dei numeri primi C_2 come

$$C_2=\prod_{p\geq 3}\frac{p(p-2)}{(p-1)^2}\approx 0.66016118158468695739278121100145\ldots$$

dove il prodotto si estende su tutti i numeri primi $p \geq 3$.” Allora la congettura afferma che

$$\pi_2(x)\sim 2C_2\int_2^x \frac{dt}{(\ln t)^2}$$

nel senso che il quoziente delle due espressioni tende a 1 quando x tende ad infinito.

Questa congettura si può giustificare (ma non dimostrare) assumendo che 1 / ln *t* descriva la funzione di densità della distribuzione dei primi, assunzione suggerita dal teorema dei numeri primi. L'evidenza numerica della congettura di Hardy-Littlewood è piuttosto forte.

Questa congettura si può giustificare (ma non dimostrare) assumendo che 1 / ln *t* descriva la funzione di densità della distribuzione dei primi, assunzione suggerita dal teorema dei numeri primi. L'evidenza numerica della congettura di Hardy-Littlewood è piuttosto forte.

Per i numeri gemelli non occorre che N sia pari, e nemmeno

che sia legato alle forme 6k±1, come i numeri N di Goldbach.

Per esempio, fino ad N = 1 000 000 000, ci sono 3 424 506

coppie di gemelli, e circa 3 424 506 /1,3203236 = 2 593 686

coppie di Goldbach, che con la stima logaritmica N/(log N)^2

1 000 000 000 / log(1 000 000 000)^2 = 1 000 000 000/429,45 = 2 328 559, numero molto vicino a 2 593 686 sopra ottenuto.

Ricordiamo che 1 000 000 000 è di forma 6k – 2 = 6*166666667 – 2, e come tale non ha il fattore 3 e quindi nessun primoriale, e la sua abbondanza è 1 (vedi Rif. 1, 2 e 3)

Concludiamo osservando che entrambe le funzioni G(N) e g(N) crescono sempre al crescere di N, e quindi di conseguenza non avremo mai i rispettivi contro esempi. Un numero N, grande quanto si vuole, per il quale G(N) = 0, e un'ultima coppia di gemelli, che possano confutare le rispettive congetture. Altrimenti, non si capisce bene come mai due equazioni simili che, al crescere di N, danno valori sempre più alti, all'improvviso o anche gradualmente comincino a dare valori decrescenti, fino a scendere al valore zero dei contro esempi (nemmeno una coppia di Goldbach per N pari, ultima coppia di gemelli e poi più nessuna per N tendente all'infinito).

L'importanza delle due congetture non stà tanto nella somma $p + q = N$ per tutti i numeri N pari, o nella differenza $q - p = 2$ infinite volte, quanto nella possibilità che le loro dimostrazioni positive, nostre o altrui poco importa (ma le nostre ci sembrano più adatte allo scopo), contengano i germi delle possibili soluzioni per altri e molto più importanti problemi, come per esempio la fattorizzazione veloce (e quindi potenzialmente anche per P = NP, problema del millennio) e l'ipotesi di Riemann, altro importantissimo problema del millennio (Rif.4). Senza contare possibili relazioni tra tali congetture (specialmente quella di Goldbach) con la funzione zeta di Riemann (e quindi la RH, o ipotesi equivalenti, come la RH1, Rif.7) e da qui anche con le teorie di stringa.

Riferimenti

1)"Nuova relazione di Goldbach - Abbondanza di Goldbach"

2) "Abbondanza di Goldbach"

3)"Breve nota sui numeri primi gemelli" di Cristiano Teodoro

4)Intera sezione "Articoli sui Problemi del Millennio"

5) "I numeri primi gemelli e l'ipotesi di Riemann generalizzata" in sezione "Articoli su Riemann"

6) Rosario Turco, "Il Metodo del cerchio – Problemi additivi – congettura di Goldbach", in sezione "Articoli su Goldbach"

7) Sezione " Articoli su Riemann"

(tutti sul nostro sito www.gruppoeratostene.com

Caltanissetta 1.8.2010

NOTA. Breve dimostrazione per assurdo della congettura dei numeri primi gemelli (Rif.5):

Affinché dopo un certo ipotetico numero N, quantunque grande esso fosse, non ci siano più coppie di gemelli, dovrebbe verificarsi una delle due condizioni:

***a)* che dopo N i numeri primi e i numeri composti fossero di uguale e perfettamente alternati nelle due colonne numeriche $6k - 1$ e $6k + 1$, in tal caso si avrebbe la differenza $q – p = 2$ ma non la primalità di entrambi.**

b) **oppure, che tutti i numeri primi p si disponessero sulla colonna 6k - 1 e i composti c nella colonna numerica 6k + 1 (o viceversa) in modo che p e q sulla stessa riga non siano mai entrambi primi. Ma queste condizioni non si verificano mai, perché:**

a) i numeri composti sono sempre più numerosi dei numeri primi (sempre più rari) al crescere di N e quindi primi e composti non saranno mai in uguale numero, e

b) i numeri primi si distribuiscono in quasi eguale misura su entrambe le colonne numeriche 6k-1 e 6k+1 (le forme numeriche dei numeri primi, (tranne il 2 e il 3 iniziali) rendendo impossibile il verificarsi delle due condizioni a) e b) (e/o altre simili e altrettanto assurde) affinché non esistano più coppie di numeri primi gemelli dopo l'ipotetico numero N.

Lo stesso vale, ovviamente, anche per le coppie di Goldbach per N pari: esse, sono sulla stessa riga e simmetriche rispetto ad N/2; se tutti i primi saranno (per altri

ipotetici numeri N con G(N) = 0)) nella prima colonna p e tutti i composti nella colonna q, o perfettamente alternati, non si formeranno più coppie di Goldbach p e q entrambi primi tali che p + q = N. Poiché però le condizioni assurde *a)* e *b)* non si verificano mai, le coppie di Goldbach e di numeri primi gemelli hanno tutto il diritto e la libertà di formarsi, e anche sempre più numerose al crescere di N.

L'evidenza numerica a favore della soluzione positiva della congettura è molto forte. Eventuali futuri studi fondamentali con altri mezzi (metodo del cerchio, Rif. 6), o meglio ancora in ambito analisi complessa confermeranno quasi sicuramente la verità della congettura di Goldbach .