I NUMERI PRIMI CUBANI
(forma numerica, stime empiriche)

Gruppo Eratostene

Da Wikipedia, voce “Primo cubano”

“Un primo cubano è un numero primo fornito da una espressione in cui entrano potenze cubiche (il nome non deriva dall’isola di Cuba, ma ha a che fare con il ruolo che il cubo, la terza potenza, gioca nell’equazione) Più precisamente diciamo **numero primo cubano della prima forma** un numero primo che sia dato dall’espressione

$(x^3 – y^3) / (x – y)$, $x = y + 1$, per qualche $y = 1, 2, 3, …$

Ovvero, semplificando, dall’espressione $3y + 3y + 1$ per qualche $y = 1, 2, 3, …$

I primi numeri cubani sono:

7, 19, 37, 61, 127, 271, 331, 397…”

Nostre osservazioni.

1) forma 6k +1, poiché l’espressione $3y^3 + 3y$ dà

sempre multipli di 6,quindi di forma 6k (con k numero triangolare 1, 3, 6, 10,…) al quale si aggiunge 1 della formula, ed ecco che abbiamo 6k + 1.

Relazioni con altri tipi di numeri:

“ Si osserva che questa (l’espressione $3y^3 + 3y + 1$, N.d.A.A.) è esattamente la forma dei numeri esagonali centrati (vedi relativa voce su Wikipedia, N.d.A.A.): l’insieme dei numeri primi cubani della prima forma coincide con l’insieme dei numeri primi esagonali centrati”

(i quali a loro volta sono di forma 6T + 1, con T i numeri triangolari), anche se non sono numeri primi. I numeri triangolari T sono legati ai numeri di Lie L(n) = n^2+n+1 = 2T+1 (esempi: 1, 3, 7, 13, 31, 43, 57,…) legati a loro volta ai gruppi di simmetria di Lie , molto importanti in fisica, soprattutto nelle teorie di stringa (Rif. 1)

“ Diciamo invece **numero primo cubano della seconda forma** un numero primo che sia valore dell’espressione
$p = (x^3 - y^3) / (x - y)$, $x = y + 2$, per qualche y = 1, 2, 3,…
ovvero, semplificando, dall’espressione $3y^2 + 6y + 4$, (1)
per qualche y =1, 2, 3,…
I primi numeri cubani della seconda forma sono 13, 109, 193, 433, 769…”

Forma 6k +1, poiché anche per i numeri cubani della seconda forma, poiché $3y^2 + 6y + 3$ dà multipli di 6, e aggiungendo 1 abbiamo la (1), essendo questa scrivibile anche come

$$3y^2 + 6y + 4 = 3y^2 + 6y + 3 + 1$$

Nessuna relazione nota con altri tipi di numeri, primi o no, tranne che con quelli della prima forma, a loro volta connessi ai numeri triangolari.

Distribuzione dei numeri cubani della prima forma (c’) e della seconda forma (c’’) fino a 10 ^n

Tabella 1

n	**10^n**	**c’(10^n)**	**c’’(10^n)**
1	10^1	1	0
2	10^2	4	1
3	10^3	11	5
4	10^4	28	11
(fino a 26227~$\frac{10^5}{4}$)		41	18
…	…	…	…

Come si nota, il numero dei numeri primi cubani della prima forma sono circa e almeno il doppio di quelli della seconda forma (tranne che per 10^1)

(il conteggio è stato fatto dalla voce di Wikipedia

“primo cubano) che ha indicato la serie di numeri

primi cubani della prima forma fino a 26 227)

Come formula logaritmica, per tali valori iniziali

Possiamo assumere c’ ~ ln (10^n), che da i

seguenti valori: 2,3 , 4,6, 6,9,   9,2, 10,1

con rapporto r =   c’/ln (10^n) = 0,4, 0,8,   1,5,

3,04, 4,05, e quindi la formula logaritmica di

stima empirica può scriversi anche come

c’ ~ n*ln(10^n), che dà i seguenti

valori iniziali:

n*ln(10^n)	~	c’
2,3	~	1
9,2	~	4
20,7	~	11
36,8	~	28
40,69*	~	41
…		…

* assumendo n = 4 anche per 26 227, essendo questo numero più vicino a 10 000 che a 100 000.

Mentre per c’’, possiamo adattare la formula suddetta in

c’’ ~ (n*1n(10^n)/2, che dà i seguenti valori iniziali

c’’ ~ c’/2	~ (n*ln(10^n)/2	~ c’ valori reali
2,3/2 =	1,15	0

9,2/2 =	4,6	1
20,7/2 =	10,35	5
36,8/2	18,4	11
40,69/2 =	20,34	18
…	…	…

Formule comunque valide per le prime quattro le potenze di 10 e per il numero 26 227, ultimo numero primo cubano della prima forma citato da Wikipedia, Dopo tali valori, le formule saranno un po' sempre meno attendibili, ma non se ne conoscono altre per la stima dei numeri primi cubani di entrambe le forme fino a 10^n con n qualsiasi. Per 10^10, per esempio, si può prevedere c' ~ 10* ln(10^10) = 230,25 ~ **230**

e c'' ~ 230,25/2 = 115,12 ~ **115**

Ulteriori ricerche informatiche potranno verificare o meno tale nostra previsione approssimativa tramite le due suddette formule logaritmiche per la stima empirica di c' e c''.

Riferimenti

Rif. 1 "PGTS" e "PGTS parte seconda" , in sezione "Articoli di Fisica –Matematica"

Caltanissetta 1.6.2010