Proposta di dimostrazione del Teorema di Goldbach

(aggiornata al 5.9.2009, con nota finale su relazione tra somma e prodotto tra due numeri primi)

prodottor)

Gruppo ERATOSTENE

Abstract

Our proof for Goldbach's Conjecture

This our Proof of Goldbach's conjecture's positive solution (Goldbach was right), is based on the complementary nature between p and q = N – p, with

p + q = N even $\geq$ 4.

If p and q are both prime numbers, we have a couple of Goldbach for N.

Our simple procedure to find all the G_N couples of Goldbach for a given number N, (an addition table of odd numbers, and the method of columns "a" + "b" have given us the formulas to calculate excactly the number G_N, (real G_N); approximately but more easil (statistical G_N); and therefore to prove the direct proportionality between G_N and N; and this to prove directly the Goldbach's Conjecture, since $G_N \geq 1$ for any even number N, and <u>never</u> $G_N = 0$ (negative solution, its impossibility is proved in our work).

Our formulas for real and statistical G_N are:

(3) $G_N = \frac{D_N - C}{2}$; $D_N = \frac{N-4}{2}$; C = wiped out squares with N

(1) $G_N \simeq \frac{N-4}{4} \bullet \frac{1}{f_a \bullet f_b}$ for any even N

(2) $G_{10^n} \simeq \frac{10^n}{4n^2}$ for $N = 10^n$

At the end of our work, we carry the curve P of prime numbers and the curve G of couples of Goldbach, ($G \simeq \frac{P}{2n}$) for first values of 10^n.

The intermediate values of N between 10^n and 10^{n+1} have intermediate values of G_N, between G_{10^n} and $G_{10^{n+1}}$.

Dimostrazione del Teorema di Goldbach

RIASSUNTO

Questa nostra dimostrazione (riedizione riveduta e corretta di un precedente lavoro del 2004) della soluzione positiva del Teorema di Goldbach (costui aveva, come vedremo, perfettamente ragione) si basa sulla complementarietà tra p e q = N – p e quindi come somma p + q = N pari > 4.

Se p e q sono entrambi numeri primi, abbiamo una coppia di Goldbach per N.

Le nostre semplici procedure per trovare tutte le coppie di Goldbach per un dato N, e cioè G_N (tavola di addizione di tutti i numeri dispari, metodo delle due colonne “a” + “b”) ci hanno fornito le formule per calcolare G_N in modo esatto

(G_N reale) o approssimativo (G_N statistico), ma più facilmente e quindi di dimostrare la proporzionalità diretta tra G_N ed N; e con essa anche la soluzione positiva del Teorema di Goldbach, poiché $G_N > 1$ per qualsiasi numero pari N e <u>mai</u> $G_N = 0$; questo caso comporterebbe la soluzione negativa (la cui impossibilità è pure dimostrata nel nostro lavoro).

Le formule principali per G_N reale e G_N statistico sono:

(3) $G_N = \dfrac{D_N - C}{2}$; $D_N = \dfrac{N-4}{2}$; C = caselle cancellate

(1) $G_N \simeq \dfrac{N-4}{4} \bullet \dfrac{1}{f_a \bullet f_b}$ = per ogni N pari

(2) $G_{10^n} \simeq \dfrac{10^n}{4n^2}$ per $N = 10^n$

Qui 4n^2 è il logaritmo decimale di N, cioè Log (N), in seguito vedremo anche

il logaritmo naturale, ln (N) G (N) ≈ N / (ln N) ^2

Alla fine del lavoro, riportiamo la curva P dei numeri primi e la curva G delle coppie di Goldbach, tra loro connesse: $G \simeq \dfrac{P}{2n}$ per i primi valori di $N = 10^n$; valori intermedi di N compresi tra 10^n e 10^{n+1}, hanno valori di G_N compresi tra G_{10^n} e $G_{10^{n+1}}$.

PROPOSTA DI DIMOSTRAZIONE DELLA CONGETTURA DI GOLDBACH

Per questa mia dimostrazione siamo partiti dall'idea fondamentale, mai però venuta in mente a nessuno: una tavola "pitagorica" di addizione di tutti i numeri dispari tranne il numero 1 (non primo) e il numero 2, primo ma non applicabile al Teorema di Goldbach perché, sommato ad un altro primo, darebbe un numero N dispari, mentre Goldbach li voleva pari: N uguale o maggiore di 4 come somma di due primi p e q tali per p + q = N. Cosicché , costruendo questa tavola, avremo un numero N pari ad ogni incrocio tra due numeri dispari qualsiasi: per esempio 20 = 9 + 11, 13 + 17, e così via, come si può vedere nel seguente

RETICOLO

		p	p	p	c	p	p	c	p	p	c	
	d,d,,	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	
p	3	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	…
p	5	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	…
p	7	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	…
c	9	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	…
p	11	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	…
p	13	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	…
c	15	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	…
p	17	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	…
p	19	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	…

c	21	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	…

Si nota facilmente che un certo numero N pari si ripete dal numero dispari N – 3 della riga in alto, in diagonale, fino allo stesso numero N – 3 della colonna in basso a sinistra; e il numero delle ripetizioni (cioè delle caselle contenenti N) è dato dalla relazione (N – 4)/2; per esempio, N = 20 parte da 20 – 3 = 17 e si ripete in diagonale (20 – 4)/2 = 8 volte; esattamente le 8 possibili somme tra numeri dispari da 3 a 17; e tra queste 8 somme di numeri dispari, si annidano le possibili somme di primi che soddisfano il Teorema di Goldbach per N = 20.

Come identificarle facilmente, contarle, e per N molto grandi, calcolarne il numero?

E' presto detto: cancellando con una linea centrale tutte le righe e le colonne del reticolo che partono da un numero dispari composto (che ovviamente non può fare parte di una coppia di Goldbach) rimangono tutte le caselle in cui il numero N è la somma dei due numeri primi posti all'inizio della riga e della colonna corrispondente; e quindi essi formano una coppia di Goldbach per quel numero N. Nel caso di N = 20, tali composti da 3 a 17, sono il 9 = 3•3, e 15 = 3•5; per cui si tagliano, come in una sorta di crivello di Eratostene bidimensionale, le due righe e le due colonne che partono da 9 e 15; con ciò si eliminano tutte le coppie miste di primi e di composti che non soddisfano il Teorema, e rimangono solo le caselle agli incroci di righe e colonne che partono dai numeri primi, e che quindi soddisfano il Teorema. La loro somma, infatti, è N.; il reticolo seguente, con i tagli effettuati, rende chiara la procedura: 4 caselle con il numero 20 vengono tagliati e ne rimangono altre 4, di cui 2 sono speculari alle altre 2, e quindi solo due (3+17), e (7+13) soddisfano il Teorema per N = 20.

		p	p	p	c	p	p	c	p	p	c	
		3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	
p	3	6	8	10	12	14	16	18	**20**	22	24	…
p	5	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	…
p	7	10	12	14	16	18	**20**	22	24	26	28	…
c	9	12	14	16	18	**20**	22	24	26	28	30	…
p	11	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	…
p	13	16	18	**20**	22	24	26	28	30	32	34	…
c	15	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	…
p	17	**20**	22	24	26	28	30	32	34	36	38	…
p	19	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	…
c	21	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	…
	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	

Reticolo di soli p + q

(Tutte le somme possibili tra i numeri primi)

	2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	…
2	4										
3		6	8	10	14	16	20	22	26	32	…
5		8	10	12	16	18	22	24	28	34	…
7		10	12	14	18	20	24	26	30	36	…
11		14	16	18	22	24	28	30	34	40	…
13		16	18	20	24	26	30	32	36	42	…
17		20	22	24	28	30	34	36	40	46	…
19		22	24	26	30	32	36	38	42	48	…
23		26	28	30	34	36	40	42	46	52	…
29		32	34	36	40	42	46	48	52	58	…
…		…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

Tutti i numeri pari N sono presenti G_N volte in ogni semireticolo, esteso all'infinito; il reticolo è diviso dalla diagonale, che comprende le coppie

$$p + q = N \text{ con } p = q = \frac{N}{2}$$

Per esempio 6 = 3 + 3, 10 = 5 + 5, 14 = 7 + 7, ecc…; gli altri N sono prossimi alla diagonale, e altri più lontani, a seconda della coppia; quelli della forma N = 3 + p sono sulla prima riga o sulla prima colonna; i semireticoli sono infatti speculari rispetto alla diagonale.

Rimangono così solo 8 caselle contenenti il N° 20; sono le 4 caselle in cui 20 = 3 + 17, 7 + 13, 13 + 7, 17 + 3 ; ma poiché le ultime due sono simmetriche rispetto alle prime due, e quindi ininfluenti ai fini del Teorema (per il quale 7 + 13 o 13 +7 è uguale) si possono eliminare; rimangono così solo le due coppie 3 + 17 e 7 + 13 che soddisfano il Teorema per N = 20.

Tale procedimento si può estendere all'infinito, cioè per N sempre più grandi, e trovando sempre più coppie di Goldbach al crescere di N.

Il numero di tali coppie è rappresentato dalla lettera G con in basso a destra il valore di N, per esempio, nel caso di N = 20, $G_{20} = 2$; G_N è direttamente proporzionale a N, anche per N grandissimi. Questa è una prima prova empirica e positiva del Teorema.

Veniamo quindi ora al calcolo statistico. Ogni diagonale, per ogni N, può scriversi, in altro modo, come due colonne di coppie di numeri dispari "a" e "b":
Sempre per N = 20:

“a”	“b”
1	**19**
3	**17**
5	15
7	**13**
9	**11**
11	9
13	**7**
15	**5**
17	**3**
19	1

Tutti i numeri primi che costituiscono delle coppie di Goldbach sono sottolineati e in grassetto e con colore rosso, per meglio evidenziarle. Quando nella stessa coppia entrambi i numeri sono sottolineati e in rosso, e quindi primi sulla stessa riga , ecco che abbiamo una coppia di Goldbach.

Per N = 20 sono le stesse coppie, ovviamente, che si desumono dalla tavola di addizione dei primi, e cioè 3 + 17; 7 + 13; 13 + 7; 17 + 3, in pratica anche qui le prime due, speculari delle seconde. Quindi la metà delle coppie, a partire da N/2, si possono benissimo omettere, come pure la prima coppia e l'ultima, che contengono il numero 1, che non concerne il Teorema (1 non è considerato numero primo). Così abbiamo soltanto (n – 4)/4 coppie utili tra le quali cercare le coppie di Goldbach, e che sono esattamente quelle rimaste dopo aver eliminate le coppie nelle quali uno o entrambi i numeri sono composti: e quindi, sempre nel caso di N = 20, abbiamo:

“a”	**“b”**
3	17 (3 + 17 = 1° coppia di Goldbach)
5	15
7	13 (7 + 13 = 2° coppia di Goldbach)
9	11

Dove, togliendo le coppie 5 + 15, e 9 + 11 che contengono i numeri composti 15 e 9, restano le due sole coppie di Goldbach per N = 20 e cioè 3 + 17 e 7 + 13; per cui per N = 20, G_{20} = 2: questo per chiarire la procedura elementare di base.

Per un primo esempio pratico di calcolo (ripetibile poi per qualsiasi altro numero pari N anche molto più grande), consideriamo il numero N = 100. Avremo (100 – 4)/4 = 24 caselle che contengono il numero 100 nella tavola di addizione di numeri dispari, e anche 24 coppie “a” + “b” con la procedura prima semplificata con il numero 20: dividendo 100 – 4 = 96 per 4 otteniamo il numero 24 delle coppie possibili di numeri dispari (le coppie simmetriche sono già state considerate ed eliminate, dividendo 96 per 4 anziché per 2), e cioè 24 coppie utili con le quali calcolare G_{100}. Per ottenere tale numero statistico (approssimativo, ma comunque sempre maggiore di 1, e cioè $G_N \geq 1$) di coppie che soddisfano il Teorema per N = 100, dobbiamo dividere 24 per il prodotto delle frequenze dei numeri primi in entrambe le colonne, considerando che due numeri primi si incontrano sullo stesso punto delle colonne ad ogni multiplo di tale prodotto: dividendo il numero delle coppie, 24 in questo caso, per il prodotto delle frequenze,

abbiamo il numero dei loro multipli, dove si incontrano due numeri primi formando così una coppia di Goldbach.

Esempio di calcolo delle frequenze del loro prodotto e di G_{100}

Tabella 2 (p = primo, G = coppia di Goldbach)

N = 100

“a”	“b”
p 3	97 p (G)
p5	95
p7	93
9	91
p 11	89 p (G)
p 13	87
15	85
p 17	83 p (G)
p 19	81
21	79 p
p 23	77
25	75
27	73 p
p 29	71 p (G)

p 31 69 $G_{100} = \frac{24}{4{,}1140} = 5{,}83 =$ Numero statistico, vicino al numero reale 6;

33 67 p

35 65

p 37 63 $G_{100} = 6$ (crivello) = Numero reale di coppie di Goldbach

39 61 p

p 41 —— 59 p (G)

p43 57 (1) $G_N = \frac{N-4}{4} \bullet \frac{1}{f_{ab}}$

45 55

p 47 —— 53 p (G)

49 51

$P_a = 14$ $P_b = 10$

$\frac{N-4}{4} = 24$ coppie $a + b = N$

$f_a = \frac{24}{14} = 1{,}7142$

$f_b = \frac{24}{10} = 2{,}4$

$f_{a \cdot b} = 1{,}7142 \bullet 2{,}4 = 4{,}1140$

Per valori di N anche molto grandi, per esempio di tipo $N = 10^n$, poiché la frequenza tra le due colonne è 2n in entrambe le colonne, e il prodotto delle due frequenze è $(2n) \bullet (2n) = 4 \bullet n^2$ per cui, più semplicemente, per la (1),

$$G_{10}{}^{n} = \frac{10^n - 4}{2n \bullet 2n} = \frac{10^n - 4}{4n^2}$$

Per valori molto grandi di n, il –4 del numeratore si potrebbe anche omettere, influendo di una sola unità nel risultato finale, per cui si ha la più pratica e semplice equazione:

(2) $$G_{10}{}^{n} = \frac{10^n}{4n^2}$$

Corrispondente alla formula logaritmica

$$\mathbf{G(N) \approx \frac{N}{(\ln N)^2}}$$

TABELLA: rapporto P/G = 2n per valori di N = 10^n

N	n	2n	$\frac{10^n}{2n}$ P	$\frac{10^n}{4 \bullet n^2}$ G **Valore statistico da 156 in poi**	$\frac{P}{G} = 2n$
10^1	**1**	**2**	**4**	**2**	**1,5**
10^2	**2**	**4**	**24**	**6**	**4**
10^3	**3**	**6**	**166**	**27**	**6**
10^4	**4**	**8**	**1.250**	**156**	**8**
10^5	**5**	**10**	**10.000**	**1.000**	**10**
10^6	**6**	**12**	**83.333**	**6.944**	**12**
10^7	**7**	**14**	**714.285**	**51.020**	**14**
10^8	**8**	**16**	**6.250.000**	**390.625**	**16**
10^9	**9**	**18**	**55.555.555**	**3.086.419**	**18**
10^{10}	**10**	**20**	**500.000.000**	**25.000.000**	**20**
10^{11}	**11**	**22**	**4.500.000.000**	**206.611.570**	**22**
…	**…**	**…**	**…**	**…**	**…**
/	/	/	/	/	/

Tutto ciò, per qualsiasi N con la (1) e per qualsiasi potenza di 10 con la (2), sarà verificabile con i computer, con appositi software di non difficile preparazione per un bravo programmatore. (Vedi sul nostro sito sezione "Lavori dell'Ing. Rosario Turco, e "Tabulati e risultati"in sezione "lavori prof. Giovanni di Maria")

Poiché G_N è sempre direttamente proporzionale ad N, il Teorema è così dimostrato definitivamente, ed in modo positivo; i timori dei matematici di trovare un numero N per cui il suo G(N) = 0, sono del tutto infondati; anzi, più grande è N, più grande è il suo G(N) (numero di coppie di Goldbach) .con

oscillazioni dovute alla relazione di Goldbach (vedi in seguito)

Per $N = 10^9$; cioè un miliardo, $G(N) \simeq 2\,593\,693 = 3\,424\,506/1{,}32032$

(dal rapporto tra il numero g(N) di coppie di numeri gemelli fino a N = 1 000 000 000 e la costante 1,32032 che lega numeri gemelli e coppie di Goldbach,

$$G(N) \approx g(N) / 1{,}32032$$

mentre al buon Goldbach ne sarebbe bastata anche una sola di tutte queste coppie per ritenere soddisfatta la sua congettura (ora possiamo già chiamarla Teorema di Goldbach). Il numero g(N) = g(1 000 000 000) è stato preso da una tabella dell'articolo" "Breve nota sui numeri gemelli" dell'Ing. Cristiano Teodoro", in sezione "Lavori Ing. Cristiano Teodoro) sul nostro sito www.gruppoeratostene.com

Per valori intermedi tra 10^n e 10^{n+1} si hanno naturalmente valori intermedi tra i rispettivi G_{10^n} e $G_{10^{n+1}}$.

Tutti i valori di G(N) per tutti gli N costituiscono una curva logaritmica di coppie simile alla curva dei numeri primi singoli fino ad ogni N; per $N = 10^n$, $P = 1/2n$; la curva di G(N) cresce in modo simile alla curva di P (curva dei primi) ma ad un livello naturalmente più basso.

A questo punto, non ci dovrebbero più essere dubbi sulla validità della nostra dimostrazione positiva del teorema di Goldbach: possiamo anche dimostrare che la soluzione negativa è impossibile. Questa comporterebbe infatti l'uguaglianza numerica tra numeri primi e numeri composti, e la loro perfetta alternanza (in modo analogo ai numeri pari e dispari), in modo che nella tavola di addizione si eliminerebbero tutte le caselle per un dato N, e il suo G sarebbe pertanto uguale a zero, invalidando così il Teorema: ma ciò in realtà non si verifica mai per i numeri primi, la soluzione negativa è quindi impossibile, (vedere la dimostrazione per assurdo) per cui rimane la sola possibilità della soluzione positiva, esposta in questo lavoro e sintetizzata dall'equazione:

$$G_{10^n} \approx \frac{10^n}{4.n^2} \quad \text{per i numeri di tipo } 10^n \qquad (2)$$

e

$$G_N \approx \frac{N-4}{4} \bullet \frac{1}{f_a \bullet f_b} \qquad (1)$$

per tutti gli altri N diversi dalle potenze di 10.

Gruppo ERATOSTENE

Dimostrazione per assurdo

La formula $G_N = \frac{D_N - C}{2}$

in un solo caso, ma irreale, darebbe come risultato $G_N = O$, dimostrando non valido il Teorema di Goldbach; e cioè solo quando, per un dato N, il numero dei numeri primi fosse uguale a quello dei composti, e fossero perfettamente alternati tra loro e quindi in numero uguale sia nella prima metà di N sia nella seconda metà.

Soltanto in tal caso, infatti, tutte le $D_N = \frac{N-4}{2}$ caselle con N sul reticolo saranno eliminate dai composti, e quindi

$$G_N = \frac{D_N - C}{2} = \frac{D_N - D_N}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

C = Caselle cancellate dai composti

Ma poiché il numero dei primi e quello dei composti fino a N non sono mai uguali tra loro, e inoltre non sono nemmeno perfettamente alternati, il numero C delle caselle con N, cancellate dai composti nel reticolo, sarà sempre inferiore a

D_N, e quindi la formula $G_N = \frac{D_N - C}{2}$ sarà sempre uguale a 1 (per i numeri N più piccoli, e maggiori di 1 per gli N più grandi, in modo proporzionale a N).

G_N lo scriveremo anche come G(N).

Esempio di reticolo immaginario con p e c uguali come numero e perfettamente alternati:

	p_1	c_1	p_2	c_2	p_3	c_3	
p_1	N_1	~~N_2~~	N_3	~~N_4~~	N_5	~~N_6~~	…
c_1	~~N_2~~	~~N_3~~	~~N_4~~	~~N_5~~	~~N_6~~	~~N_7~~	…
p_2	N_3	~~N_4~~	N_5	~~N_6~~	N_7	~~N_8~~	…
c_2	~~N_4~~	~~N_5~~	~~N_6~~	~~N_7~~	~~N_8~~	~~N_9~~	…
p_3	N_5	~~N_6~~	N_7	~~N_8~~	N_9	~~N_{10}~~	…
c_3	~~N_6~~	~~N_7~~	~~N_8~~	~~N_9~~	~~N_{10}~~	~~N_{11}~~	…
	…	…	…	…	…	…	

p = primo

c = composto

1, 2, 3… = indici

Per tutti gli $\mathbf{N_{2n}}$ tutte le caselle con gli $\mathbf{N_{2n}}$, cioè con indice pari, verrebbero cancellate dai composti c_1, c_2, c_3 (mentre per gli $N_{\mathbf{1},\mathbf{3},\mathbf{5}}$, con indice dispari, cioè $\mathbf{N_{2n-1}}$, ne vengono cancellate solo la metà) e quindi per gli N_{2n}, $G_{N_{2n}} = 0$

Però, per la diversità ($p_i \gtrless c_i$) tra il numero dei primi e quello dei composti fino a N, e la loro non perfetta alternanza;

$$G(N) \text{ sarà sempre } => 1$$

confermando così la soluzione positiva del Teorema di Goldbach, dimostrato dalla (1) e dalla (2).

Tabelle di G(N) per N = 1000 (G(1000) stat. =27,7; G(1000) reale = 27)

con il metodo a + b.

Le 27 coppie di Goldbach sono sottolineate e in rosso (p + q = 1000)

1°	2°	3°	4°	5°
-3 997-	-53 947-	-103 897	153 847	203 797-
-5 995	55 945	105 895	155 845	205 795
-7 993	57 943	-107 893	-157 843	207 793
9 991-	-59 941-	-109 891	159 841	209 791
-11 989	-61 939	111 889	161 838	-211 789
-13 987	63 937	-113 887-	-163 837	213 787
15 985	65 935	115 885	165 835	215 785
-17 983-	-67 933	117 883-	-167 833	217 783
-19 981	69 931	119 881-	169 831	219 781
21 979	-71 929-	121 879	171 829-	221 779
-23 977-	-73 927	123 877-	-173 827-	-223 777
25 975	75 925	125 875	175 825	225 775
27 973	77 923	-127 873	177 823-	-227 773-
-29 971-	-79 921	129 871	-179 821-	-229 771
-31 969	81 919-	-131 869	-181 819	231 769-
33 967-	-83 917	133 867	183 817	-233 767
35 965	85 915	135 865	185 815	235 765
-37 963	87 913	-137 863-	187 813	237 763
39 961	-89 911-	-139 861	189 811-	-239 761-
-41 959	91 909	141 859-	-191 809-	-241 759
-43 957	93 907-	143 857-	-193 807	243 757-
45 955	95 905	145 855	195 805	245 755
-47 953-	-97 903	147 853-	-197 803	247 753
49 951	99 901	-149 851	-199 801	249 751-
51 949	-101 899	-151 849	201 799	-251 749

6°	7°	8°	9°	10°
253 747	303 697	-353 647-	403 597	453 547-
255 745	305 695	355 645	405 595	455 545
257 743-	-307 693	357 643-	407 593-	-457 543
-259 741	309 691-	-359 641-	-409 591	459 541-
261 739-	-311 689	361 639	411 589	-461 539
-263 737	-313 687	363 637	413 587-	-463 537
265 735	315 685	365 635	415 585	465 535
267 733-	-317 683-	367 633	417 583	-467 533
-269 731	319 681	369 631-	-419 581	469 531
-271 729	321 679	371 629	-421 579	471 529
273 727	323 677-	-373 627	423 577-	473 527
275 725	325 675	375 625	425 575	475 525
-277 723	327 673-	377 623	427 573	477 523-
279 721	329 671	-379 621	429 571-	-479 521-
-281 719-	-331 669	381 619-	-431 569-	481 519
-283 717	333 667	-383 617-	-433 567	483 517
285 715	335 665	385 615	435 565	485 515
287 713	-337 663	387 613-	437 563	-487 513
289 711	339 661-	-389 611	-439 561	489 511
291 709-	341 659-	391 609	441 559	-491 509-
-293 707	343 657	393 607-	-443 557-	493 507
295 705	345 655	395 605	445 555	495 505
297 703	-347 653-	-397 603	447 553	497 503-
299 701-	-349 651	399 601-	-449 551	-499 501
301 699	351 649	-401 599-	451 549	---

Anche per 1000, (G(N) = 27, G(N) stat. = 27,7) oltre che per 100,

(G(N) reale = 6, G(N) stat. = 6,25), il calcolo statistico dà quasi lo stesso risultato reale del calcolo col metodo a + b del crivello; mentre per valori più alti di N i due valori G(N) statistico, e G(N) crivello tendono a non coincidere perfettamente: qualche piccolo scostamento per difetto è pur sempre possibile; G(N), insomma, è statistico e non deterministico, mentre la verifica con le diagonali o con le colonne a + b dà sempre il valore reale di G(N), e quindi è deterministica, sebbene laboriosa per N molto grandi. Ma ci sono software adatti al calcolo di G(N) reale, vedi la nostra sezione “Software”.

Per es. per N = 10.000, G(10 000) statistico = 156 = 10000/64 con la formula basata su Log(10000) , che dà valori in eccesso,e 117 = 10000/84,83 con ln(N), che dà valori in difetto, mentre G reale = **128** , più vicino alla media 136, tra i due valori: (117 +156)/2 = 136 ≈ **128**. Più precisa è quindi la formula basata sul logaritmo naturale, ln(N)

Ricordiamo infine la nostra relazione di Goldbach per i numeri pari N di forma N = 6n, per i quali il numero G(N) delle coppie di Goldbach è circa il doppio rispetti ai numeri pari più vicini N - 2 ed N + 2

$$G(N-2) + G(N+2) \approx G(N), \quad \text{con } N = 6n$$

per la dimostrazione (basata sull’effetto dei multipli dispari di 3 nella formazione delle coppie di Goldbach) di questa relazione vedere, sul nostro sito, sezione “Lavori Di Noto”, gli articoli “Andamento ciclico delle coppie di Goldbach” e “Procedura per la formazione delle G(N) coppie di Goldbach e per le T(N) terne di Goldbach ; queste ultime riferite ovviamente alla congettura debole di Goldbach, N dispari maggiore di 7 scrivibile come somma di tre primi p, q, r :

$$N = p + q + r$$

Altri lavori e su Goldbach si possono trovare sia sul nostro sito (per esempio nella sezione “ Lavori Prof. Di Maria” (“Risultati e tabulati”, con i quali è possibile verificare la suddetta relazione di Goldbach), e anche sul sito dell’ Ing. Rosario Turco e del Dott. Michele Nardelli (vedi Link)

Gruppo ERATOSTENE

Caltanissetta 5.9.2009

Nota 1

Su altri siti Internet circolano altre dimostrazioni, o proposte di soluzioni, della congettura di Goldbach, sia di matematici professionisti, sia di dilettanti; ma la nostra ci sembra una delle più semplici, e, a differenza di altre (Monthgomery-Vaugan, ecc.), non ammette controesempi (e collegabile ai numeri composti tramite l’algoritmo di fattorizzazione di Fermat che connette N = p * q, semisomma e semidifferenza tra p e q (Vedi “L’algoritmo di Fermat” in sezione “Lavori Di Noto” (e “Osservazioni sull’algoritmo di Fermat” dell’Ing. Cristiano Teodoro). E non è escluso che ci possa essere anche una relazione diretta tra somma N = p + q e prodotto N’ = ***p * q*** *;* relazione della quale, eventualmente, ci occuperemo meglio in seguito, ovviamente dopo averla trovata, e che possa facilitare la fattorizzazione anche in modo più efficiente dell’algoritmo di

Fermat. Forse bisognerebbe cominciare, anche qui, dal prodotto e dalla somma di due numeri primi gemelli N = p + q = 12m e con ***p*q*** = 36m^2 - 1, con p e q diversi e maggiori da 2 e 3, e con √36m^2 +1 = p + 1 = q – 1. Il rapporto tra prodotto N + 1 e la somma p + q dipende dalla forma dei gemelli p =6m - 1 e q = 6m+1, quindi con N somma = 6 (m+m) =6 * 2m = 12m Il rapporto tra

prodotto N' +1 e somma N è uguale a N'+1/N = $\frac{(N'+1)/6}{2m}$

per esempio per p = 5 e q = 7 ed m = 1, abbiamo

N = 5 + 7 = 12; N' = 5 * 7 = 35;

rapporto $\frac{(N' +1) /6}{N} = \frac{36/6}{2} = \frac{6}{2} = 3;$

Per p =17 = 6 * m - 1 = 6* 13 -1 e q = 19 * m + 1 = 6 x 3 + 1 =19, abbiamo

N = 17 + 19 = 36 = 12 * 3 = 12 * m ; N' = 17 * 19 = 323

$\frac{(N'+1)}{N} = \frac{324/6}{2 * 3} = \frac{54}{6} = 9;$ la radice quadrata di N' è √N' = p+1 = q-1

Nel nostro caso √324 = 18 = 2 * 9, cioè al doppio del rapporto N'+1 /N:

Lo stesso dicasi per √ 35 +1 = 6 = 2 * 3 del caso precedente, Ne consegue che se N' +1 è un quadrato perfetto, ed N è il prodotto di due numeri che differiscono di due in generale, e di due numeri primi gemelli in particolare (tranne la coppia 3 e 5 poichè 3 + 5 = 8 non di forma 12n, mentre 3 * 5 = 15 e 15 + 1 = 16 è un quadrato perfetto). Quando la differenza tra due numeri primi è maggiore di 2, si ritorna all'algoritmo di Fermat basato sulla semidifferenza e sulla semisomma (e quindi indirettamente anche a Goldbach). Nel caso dei gemelli la semidifferenza è 2/2 = 1. Manca ancora una relazione **diretta,** che **deve** esistere anche per qualsiasi coppia di numeri primi così come esiste per i numeri gemelli, tra somma N = p + q (Goldbach) e prodotto N' = p * q, per una ancora più facile fattorizzazione tra due numeri primi p e q non gemelli, per esempio i numeri RSA usati in crittografia (dove i numeri primi gemelli sono sconsigliati, per la grande facilità ad essere trovati con l'algoritmo di Fermat, e infatti non vengono usati). Facciamo un altro esempio, per una coppia di primi non gemelli, per esempio p = 127 e q = 229

N = 127 + 229 = 356; N' = 127*229 = 29083; √29083 = 170,53

170,53*2 = 341,06; $N'/N = \frac{29083/6}{356} = \frac{4847,16}{356} = \boldsymbol{13,61}$

poiché non conosciamo il valore 356 = p + q, possiamo provare con 170,53*2 (il doppio della radice quadrata): $\frac{4847,16}{341,06} = \boldsymbol{14,21}$, molto vicino a 13,61

il cui doppio 14,21 *2 = 28,42 ≈ 28 dovrebbe essere m di p = 6* m ±1 se p e q fossero numeri gemelli o comunque vicinissimi; però non lo sono, e i loro relativi m ed n sono infatti, 21 e 38, rispettivamente minore e maggiore di 28:

p ≈ 6*21 ± 1 = 126 +1 e q = 6 x 38 +1 = 229

ma al momento non sappiamo sfruttare al meglio tale relazione per migliorare la tecnica di fattorizzazione di un numero prodotto di due primi non gemelli; ce ne occuperemo, eventualmente, in seguito con future ricerche, nella speranza di trovare un algoritmo più efficiente di quello di Fermat.

Per il momento è solo un piccolo risultato sulla relazione tra somma

(Goldbach) e prodotto di due numeri primi sia gemelli che non gemelli, e ancora tutto da approfondire.