

Principali connessioni matematiche tra numeri complessi, fisica quantistica, simmetrie e teorie di stringa

oooooooooooooooooooooooooooo

Gruppo Eratostene

Abstract

In this paper we will show some connections on complex number, quantum physics, symmetries and string theory

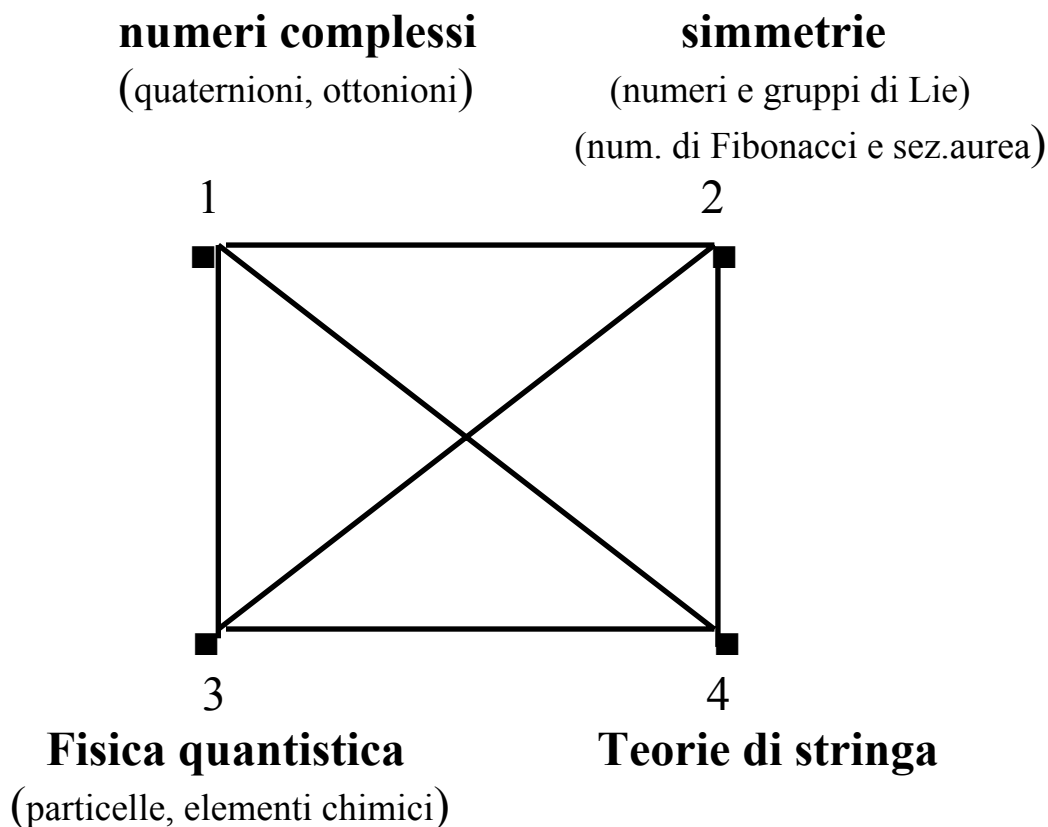
Riassunto

In questo lavoro essenzialmente divulgativo - riepilogativo mostreremo brevemente le connessioni più importanti già note tra numeri complessi, fisica quantistica, simmetrie e teorie di stringa.

Riportiamo inizialmente alcuni brani di articoli, blog, ecc. che riportano, senza l'uso di difficili formule, l'importanza delle suddette connessioni, al fine di sottolineare la più generale connessione tra fisica e matematica, essendo notoriamente la fisica poco comprensibile senza la matematica.

Dedicandoci all'approfondimento delle connessioni tra concetti matematici come numeri complessi, simmetrie e discipline fisiche come fisica quantistica e teorie di stringa, speriamo di rendere meglio comprensibile queste ultime, soprattutto ai giovani studiosi di oggi che saranno i fisici di domani.

Innanzitutto prepariamo uno schema quadrato, con ai vertici i quattro elementi di cui sopra, per poi riportare i brani sulle loro reciproche connessioni (lati e diagonali):



Vediamo ora, per ognuna delle sei possibili connessioni (in senso orario), uno o più brani che la interessano, tratti dalla letteratura divulgativa a nostra disposizione (web, articoli, libri)

1-2, 2-4 , 1-4 (Vedi successiva connessione 2-4)

1-3, 1-2, 1-4 (Ing. Rosario Turco , dal suo blog :

<http://MATHBuildingBlock.blogspot.com>)

domenica 2 gennaio 2011

Fisica alla ricerca di una Matematica applicata

Spesso leggendo o studiando problemi di Fisica moderna, come la teoria delle stringhe o altre nuove, ci si rende conto che la matematica che dovrebbe creare l'impalcatura

teorica a sostegno o a demolizione spesso è vecchia o molto complessa.

In altri termini il nostro progresso teorico e tecnologico è fortemente legato al progresso della matematica o alle ricerche che si fanno in suo ambito. Spesso la teoria matematica è molto complessa e ci si chiede se la **Natura**, che ama le **semplificazioni**, possa realmente seguire ragionamenti complessi oppure si è spinti a voler comprendere quali sono i suoi "pregiudizi" che gli permettono di fare percorsi semplificati in una teoria tanto complessa.

Prendiamo l'esempio della teoria delle stringhe e delle **simmetrie**.

La **teoria matematica** di queste cose, nei suoi mattoncini elementari, sono partite nel 1801 con Jean-Robert Argand, che formalizzò il concetto di piano di Argand e dei numeri **complessi** $a+ib$.

Con essi fu evidente che si ottenevano **rotazioni di 90°** nel piano o in 2D e che l'operazione moltiplicazione fosse commutativa; difatti se $i^2=-1$ era:

$$1 * i^0 = 1$$

$$1 * i = i$$

$$i * i = -1$$

$$i^2 * i = -i$$

$$i^3 * i = 1$$

Nel 1843 a William Rowan Hamilton venne l'idea di simmetrie in 3D ponendo:

$$i^2 = j^2 = k^2 = i * j * k = -1$$

Nacquero i numeri **quaternioni** $a+ib+cj+dk$, con cui però si perdeva la **proprietà commutativa** della moltiplicazione.

D'altra parte questa fatto in termini di simmetria è giustificato; difatti se si fa una rotazione in un piano di un pentagono e una riflessione nella terza dimensione il risultato è diverso dal fare prima una **riflessione** nel piano e poi una rotazione nella **terza dimensione**.

Con Arthur Cayley nel 1845 si arrivò agli ottetti o **ottenioni** indicati con 7 lettere $e1..e7$ e qui si perde anche la **proprietà associativa**.

Sempre nell'Ottocento abbiamo i **sedenioni** a 16 unità. Con queste teoria si arriva a comprende varie proprietà della Teoria delle stringhe e anche altro; soprattutto si inizia a comprendere un mondo a **N-dimensioni**.

La **Fisica** del 21esimo secolo è ancora basata su Matematica dell'Ottocento e di inizio Novecento.

Avete mai provato a studiarla, per trarne qualche idea in fisica? Diversi articoli di fisica basati su essi sono presenti sia su Rudi Mathematici che sul Gruppo Eratostene.

(Il **grassetto** è nostro per evidenziare i termini riguardanti i numeri complessi e ipercomplessi e i più importanti argomenti di fisica o matematica ai quali sono connessi)

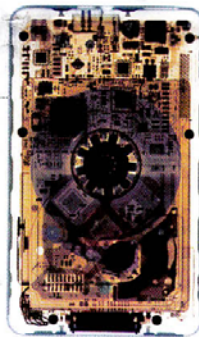
1-3 Articolo dalla rivista NEWTON novembre 2010 su numeri immaginari (componenti dei numeri complessi) complessi e fisica quantistica

I COME IPOD

Dopo aver fatto arrovellare i loro scopritori nel XVI secolo, i numeri immaginari ci hanno dato di tutto, dalla meccanica quantistica ai lettori musicali

Quando gli studenti arrivano a studiare i numeri immaginari, hanno come reazione tipica quella di chiedere: «Ma a che servono?» Bene, servono proprio a molto, anche se ci sono voluti secoli per capirlo. Un numero immaginario è la radice quadrata di un numero negativo. Questi numeri sono ormai essenziali nella progettazione dei microcircuiti elettronici e negli algoritmi di compressione digitale; il vostro lettore MP3 si basa proprio su questa “materia immaginaria.” In un ambito ancora più fondamentale, i numeri immaginari supportano la meccanica quantistica, la teoria che ha dato vita alla rivoluzione dell’elettronica. Ben poco della moderna tecnologia esisterebbe senza i numeri complessi - i numeri che hanno sia una componente reale che una immaginaria.

Nel XVI secolo, quando il matematico italiano Gerolamo Cardano divulgò la teoria dei numeri immaginari, venivano considerati con profondo sospetto già i numeri negativi. Anche se si trattava di un argomento spinoso, Cardano non mollò la presa; arrivò addirittura a scrivere che erano «privi di utilità», ma non di meno li trovava interessanti e allo stesso tempo frustranti. «Cardano compose una teoria formale per i numeri complessi, poteva sommarli e moltiplicarli fra loro, ma non riuscì a dar loro alcun significato pratico o geometrico», dice Artur Ekert della Oxford University. Rafael Bombelli continuò a sviluppare il lavoro di Cardano dopo il 1560, ma i numeri immaginari non vennero presi in seria considerazione fino a che i matematici non scoprirono i legami che intercorrono fra essi e alcune costanti quali π ed e . Nel XVIII secolo, Eulero mostrò che e elevato alla potenza $i\pi$ è uguale a -1 (dove i è la radice quadrata di -1). A questo punto i numeri immaginari erano diventati indispensabili.



Non ci stupisce che il loro ruolo nella teoria quantistica sia quello di spiegare l'aspetto più stravagante della teoria stessa, ovvero che gli oggetti quantistici come gli atomi e gli elettroni possono trovarsi contemporaneamente in due o più luoghi diversi. I fisici e i filosofi stanno ancora discutendo sul significato di questa bizzarria, ma è assodato che dal punto di vista matematico la teoria funziona solo se si include un numero complesso denominato “ampiezza di probabilità”. Senza i numeri immaginari, non avremmo risposte aderenti alla realtà del mondo fisico. E non avremmo neanche il nostro iPod.

(Michael Brooks)



2-4 Dal lavoro “L’equazione preferita dalla natura”, Gruppo Eratostene, sezione “Articoli di Fisica - Matematica”

“
...
”

Relazioni tra gruppi di Lie, ottonioni, teorie di stringa e dimensioni con Fibonacci

I gruppi di Lie sono connessi, tramite le loro simmetrie, con gli ottonioni (numeri ipercomplessi) e alle dimensioni spaziotemporali delle teorie di stringa, e tali dimensioni sono anche connessi alla serie di Fibonacci (anch’essa connessa con le simmetrie tramite l’equazione dei numeri di Lie), il tutto in un complicato circolo che cercheremo di rendere più semplice e chiaro, anche con le seguenti citazioni dal libro di Jan Stewart “L’eleganza della verità – Storia della simmetria (Einaudi)

1) Pag. 292:

“...Gli ottonioni sembrano volerci dire che c’è qualcosa di molto strano sia nel numero 8, sia nella fisica della materia e dello spaziotempo. Un giochetto vittoriano è resuscitato in veste di chiave per i più fitti misteri alla frontiera di matematica e fisica, soprattutto quelli relativi alle dimensioni dello spaziotempo: potrebbero davvero essere più di 4 e sarebbe questa peculiarità a tenere insieme gravità e meccanica quantistica2”

2) Pag. 301:

“...Le simmetrie dei numeri complessi sono l’identità e una riflessione che trasforma i in $-i$. Quelle dei quaternioni sono le SU(2), cioè quasi le rotazioni nello spazio tridimensionale SO(3). Cartan si chiese semplicemente: qual’è il gruppo delle simmetrie degli ottonioni? Solo un genio come lui poteva arrivare alla risposta: è G₂, il più piccolo gruppo di Lie eccezionale. Un sistema sottodimensionale ha un gruppo di simmetrie 14-dimensionale. La più grande algebra di divisione normata è legata al più piccolo dei gruppi semplici eccezionali...”

3) Pag.305:

“Se non ci fossero stati gli ottonioni, la storia dei gruppi di Lie sarebbe stata più semplice, come Killing sperava all’inizio della sua impresa, ma molto meno interessante. A noi mortali non è data scelta, visto che gli ottonioni e compagnia sono lì e ci restano. Addirittura, forse da loro dipende in qualche misterioso modo l’esistenza stessa dell’universo.

4) Pag.306:

“La nuova candidata di moda (teoria delle stringhe, N.d.A.A), la M – teoria, prevede uno spazio tempo a undici dimensioni. Per far sì che corrispondano alle quattro da noi percepite, dobbiamo rendere le rimanenti sette e arrotondarle strettamente. E come si fa dal punto di vista tecnico questa operazione? Grazie a G₂, il gruppo di Lie eccezionale, cioè il gruppo di simmetria degli ottonioni.

Ancora loro. Non più curioso delitto dell'età vittoriana, ma poderoso indizio verso una probabile Teoria del Tutto. Verso un mondo ottonionico”

5) Pag. 306, sulle dimensioni:

“...Ecco come (gli ottonioni, N.d.A.A.) spuntino dappertutto. Negli anni Ottanta i fisici si accorsero che negli spazi di dimensioni 3,4,6,e 10 valeva un'elegante relazione tra vettori (segmenti orientati) e spinori (marchingegni algebrici creati da Paul Dirac all'interno delle sue ricerche sullo spin dell'elettrone). Perché? Perché si è scoperto che ciò è vero se e solo se lo spazio ha dimensione pari a 2 più quella di un'algebra di dimensione normata: da 3, 4, 6 e 10 si ottiene proprio 1, 2, 4 e 8. Il punto è che nelle teorie di stringa a 3, 4, 6 e 10 dimensioni ogni spinore si può rappresentare usando solo due numeri appartenenti alla corrispondente algebra. Dunque, le teorie di stringa candidate si possono definire, rispettivamente, reale, complessa, quaternionica e ottonionica. Se si rivelasse corretta, l'universo che abitiamo sarebbe costruito a partire dagli ottonioni...”

Ma vediamo ora la relazione del numero di dimensioni con i numeri di Fibonacci, con la seguente tabella:

Numeri D di dimensioni coinvolte nelle teorie di stringa D/2

26	13	13
26-10 = 16 (compattif. di 16 dimensioni)		8
16- 6 = 10 (teoria decadimensionale)		5
16-10 = 6 (altre dimensioni compatte)		3
10 - 6 = 4 (dimensioni del nostro universo)		2

con **2, 3, 5, 8, e 13** numeri di Fibonacci, così connessi alle dimensioni delle teorie di stringa oltre che alle simmetrie dei numeri di Lie e dei gruppi di Lie (vedi paragrafo successivo sui “Numeri di Fibonacci”)

...

Dalla voce di Wikipedia “Successione di Fibonacci” riportiamo il solo seguente brano, legato alla simmetria, e al gruppo di Lie E8:

“...Recentemente in Germania scienziati internazionali hanno scoperto la comparsa del numero aureo 1,618 insieme al gruppo di simmetria E8 in un composto chimico (Niobato di Cobalto), portato artificialmente in uno stato quantistico critico (l'equivalente quantistico dei frattali). Tramite il principio geometrico delle teorie di stringa si può trovare che i numeri di Fibonacci conservano la simmetria e sono abbastanza vicinissimi ai "Numeri di Lie", sui quali, invece, si basano i cinque gruppi eccezionali di simmetria G2, F4, E6, E7, E8. E8 è proprio il gruppo coinvolto in tale recente ed importante scoperta. E8

ha dimensione 57, che è un numero di Lie per $n = 7$, infatti $7^2+7+1=57$, vicinissimo al numero di Fibonacci $55=7^2+7-1$ (i numeri di Lie e i numeri di Fibonacci hanno quindi lo stesso DNA geometrico (simmetria) e numerico corrispondente (parabola n^2+n+1 per i numeri di Lie, $n^2+n+/-c$ con n primo e c molto piccolo). Ma il numero 248, collegato a E_8 , è anche $248 = 15^2+15+8=225+15+8$ con numero vicino di Fibonacci $233=15^2+15-7$...” (Rif.3) “

2-3 (E8 e sezione aurea) Dalla Sezione “Articoli sulla Fisica – Matematica” del nostro sito (Articolo del Dott. Michele Nardelli):

“Scoperto il legame tra la sezione aurea e la simmetria

Scrivo questo post per informare i lettori su una scoperta che lega la sezione aurea alla simmetria. Il titolo del lavoro pubblicato è: **Quantum Criticality in an Ising Chain: Experimental Evidence for Emergent E8 Symmetry**. Qui di seguito il riassunto:

E8, l’Universo e tutto quanto

2010 febbraio 8

tags: [algebra di Lie](#), [geometria](#), [matematica](#), [teoria delle stringhe](#)

by Federica Sgorbissa

Una struttura matematica legata alla teoria delle stringhe è stata osservata per la prima volta nella realtà

NOTIZIE – Se la “Guida galattica per autostoppisti” anziché Douglas Adams, celeberrimo scrittore di fantascienza, l’avesse scritta un fisico esperto di stringhe, alla “domanda fondamentale sulla vita, l’Universo e tutto quanto”, *Pensiero Profondo*, il secondo più grande computer dell’Universo del Tempo e dello Spazio, anziché “42” avrebbe potuto rispondere “E8”. E8, (per esteso Exceptional Lie Group E8) è una struttura simmetrica complessa che fino ad oggi era solo un costrutto teorico avanzato dai matematici e che secondo alcuni **ha un ruolo nella teoria delle stringhe**, una delle possibili “teorie del tutto”. Oggi un gruppo di fisici inglesi e tedeschi dichiara di aver osservato la struttura per la prima volta nella realtà.

Gli scienziati hanno raffreddato un cristallo di cobalto e niobio fino a temperature vicine allo zero assoluto e come si legge nell’articolo pubblicato su *Science*, quando hanno applicato un campo magnetico crescente al cristallo, nella configurazione elettronica sono apparse delle strutture spontanee che richiamavano appunto l’E8. Questa struttura di simmetria dagli anni ‘70 è stata messa in connessione con la teoria delle stringhe, una delle candidate a “teoria del tutto”, e cioè una teoria che colleghi assieme tutti i fenomeni fisici conosciuti in un unico, ed elegante, corpo matematico. Nel 2007 Garreth Lisi, fisico freelance, ha addirittura proposto una nuova teoria del tutto, basata appunto sull’E8.

Tutto ciò resta da provare, ma Radu Coldea e colleghi sono comunque entusiasti di aver osservato i primi indizi della presenza dell’E8 in natura. Banalmente per gruppi di simmetria si intendono tutte le possibilità che un oggetto geometrico ha di ruotare senza cambiare aspetto. Un quadrato per esempio può ruotare in senso orario e antiorario di 90° e restare sempre identico a se stesso. Tutte le rotazioni che il quadrato può eseguire in questo modo rappresentano un gruppo di simmetria. Il cerchio può fare anche di più, nel senso che può ruotare di qualsiasi angolo e restare sempre identico. In questo caso il gruppo di simmetria è detto continuo. Detto in maniera informale i gruppi di simmetria di Lie (concetto scoperto nel 1887 dal matematico norvegese Sophus Lie), di cui E8 fa parte, sono dei gruppi di simmetria continui, che possono ricordare quello di un cerchio.

Coldea e colleghi, applicando il campo magnetico al cristallo hanno modificato il valore di spin degli elettroni nel materiale. Lo spin è una proprietà fondamentale delle particelle elementari: lo spin di un elettrone può trovarsi in uno solo di due possibili stati. Gli scienziati da un certo valore di campo magnetico in poi (5.5 Tesla), in corrispondenza di quello che viene chiamato punto quantistico critico, si aspettavano di osservare una disposizione casuale degli spin elettronici nel cristallo e invece quello che hanno visto al crescere del campo è stato che gli spin si distribuivano secondo certi pattern regolari.

Radu ritiene che questa scoperta abbia importanti implicazioni in fisica quantistica. “Questi risultati suggeriscono che simmetrie nascoste simili a questa governino la fisica di altri materiali vicino ai punti quantistici critici, in cui gli elettroni si organizzano secondo regole quantistiche per ottenere interazioni forti.”

Praticamente, i ricercatori hanno analizzato un materiale magnetico - il niobato di cobalto - composto di atomi

magnetici collegati tra loro che formano catene della grandezza di un atomo. Secondo i ricercatori, il niobato di cobalto è utile se si vuole descrivere il ferromagnetismo della materia solida a scale infinitesimali.

Il gruppo di ricerca sostiene che la catena magnetica si trasforma in un nuovo stato chiamato "critico quantistico" quando si applica un campo magnetico ad angolo retto a spin allineati. Il critico quantistico, dicono gli esperti, può essere considerato come la versione quantistica dei modelli frattali.

"Il sistema raggiunge una indeterminazione quantistica - ovvero il paradosso del gatto teorizzato da Schrodinger [ossia, la contemporanea presenza di due condizioni diametralmente opposte]", spiega il professor Alan Tennant dell'Helmholtz-Zentrum Berlin für Materialien und Energie (HZB), in Germania, coautore dello studio. "Ecco cosa abbiamo fatto nel corso dei nostri esperimenti con il niobato di cobalto. Abbiamo calibrato il sistema in modo da farlo arrivare allo stato critico quantistico".

I ricercatori hanno scoperto che al momento della calibrazione del sistema e della introduzione artificiale di una indeterminazione quantistica in quantità superiore, la catena atomica si comportava come una corda di chitarra a livello nanoscala. È stata utilizzata una sonda particolare - il "dispersore di neutroni" - che ha permesso di visualizzare le effettive vibrazioni che, a livello di sistema, si producevano a scala atomica.

"Qui la tensione deriva dall'interazione tra gli spin. Questa tensione ne provoca la risonanza magnetica", dice l'autore principale dello studio, il dottor Radu Coldea dell'Università di Oxford, nel Regno Unito. "Per queste interazioni abbiamo trovato una serie (ossia, una scala) di note risonanti: le prime due note dimostrano di avere, tra di loro, una perfetta relazione. Le loro frequenze (ossia, i picchi) sono nell'ordine di 1.618..., che è, appunto, la famosa sezione aurea dell'arte e dell'architettura".

La scienza dice che, nell'arte e nella matematica, due quantità rientrano nella sezione aurea se il rapporto tra la somma delle quantità e la quantità maggiore è uguale al rapporto tra la quantità maggiore e quella inferiore.

Il dottor Coldea sottolinea che questa non è una coincidenza. "Essa rispecchia una bellissima proprietà del sistema quantistico, ossia una simmetria nascosta. Ed è una simmetria speciale, quella che i matematici chiamano E8, per la prima volta osservata in un materiale".

Da diversi anni, nei miei articoli, mi occupo delle connessioni tra alcuni settori della Teoria delle Stringhe e della Teoria dei Numeri, principalmente i numeri p-adici, i numeri di Fibonacci, e la sezione aurea. Leggendo l'articolo, deduco che questo potrà essere una importante conferma delle tante connessioni che ho trovato. L'articolo oltre ad essere affascinante, secondo me andrebbe approfondito dal punto di vista delle connessioni con la teoria delle stringhe.

Qui di seguito i links dei miei lavori dove tratto, in svariati argomenti, le connessioni tra stringhe e sezione aurea

<http://150.146.3.132/866/01/NardErPa1.pdf>

<http://150.146.3.132/647/01/NardTurcep.pdf>

<http://150.146.3.132/968/01/NarTuCo1.pdf>

<http://150.146.3.132/1032/01/NardMarc4.pdf>

Qui di seguito i link per accedere al lavoro del Coldea e dei suoi collaboratori

http://www.physics.ox.ac.uk/quantum-magnetism/selected_publications.htm

<http://www.sciencemag.org/cgi/content/full/327/5962/177?ijkey=0MPWaFy0y5aMs&keytype=ref&siteid=sci>

4-3 modello standard (dalla voce di Wikipedia “Teoria delle stringhe” e “Fisica delle particelle”)

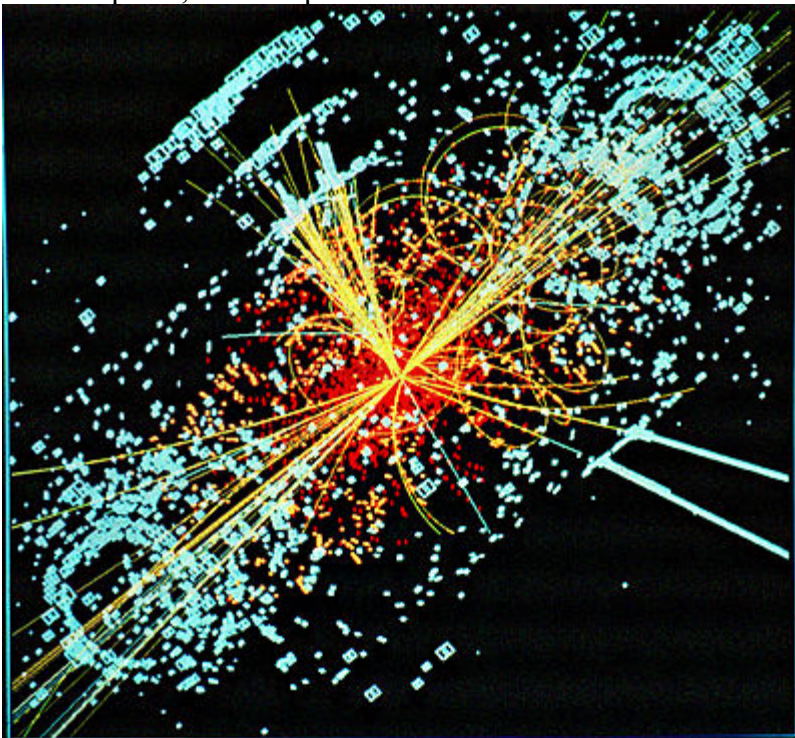
Teoria delle stringhe

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

In [fisica](#), la **teoria delle stringhe** è una teoria attualmente ancora in fase di sviluppo che tenta di riconciliare la [meccanica quantistica](#) con la [relatività generale](#)^[1], e che inoltre sembra avere tutte le caratteristiche necessarie per essere una [teoria del tutto](#). Si fonda sul principio secondo cui la materia, l'energia e, sotto certe [ipotesi](#), lo [spazio](#) e il [tempo](#) sono in realtà la manifestazione di entità fisiche sottostanti che a seconda del numero di [dimensioni](#) in cui si sviluppano vengono chiamate "stringhe" oppure ""[p-brane](#)".

Fisica delle particelle

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.



Evento simulato di produzione del [bosone di Higgs](#) in interazione tra protoni a 14 [TeV](#) nell'esperimento [CMS](#) ad [LHC](#)

La **fisica delle particelle** è la branca della [fisica](#) che studia i [costituenti fondamentali](#) e le [interazioni fondamentali](#) della [materia](#). Talvolta viene anche usata l'espressione **fisica delle alte energie**, quando si vuole far riferimento allo studio delle interazioni tra [particelle elementari](#) che si verificano ad altissima [energia](#) e che permettono di creare particelle non presenti in [natura](#) in condizioni ordinarie, come avviene usualmente con gli [acceleratori di particelle](#).

Si tratta di una branca sperimentale della [fisica moderna](#) in continua e stretta collaborazione con la [Fisica Teorica](#) di cui testa teorie e modelli con i rispettivi dati sperimentali e proponendo a partire da questi eventuali nuovi [modelli](#) teorico-interpretativi---

Proprietà principali [\[modifica\]](#)

Teorie delle stringhe

Tipo	Dimensioni	Dettagli
Bosonica	26	Solo bosoni , nessun fermione , quindi solo forze, niente materia, sia stringhe chiuse che aperte; incongruenza maggiore: una particella con massa immaginaria, chiamata tachione

I	10	Supersimmetria tra forze e materia , con stringhe sia aperte che chiuse, nessun tachione , gruppo simmetrico SO(32)
IIA	10	Supersimmetria tra forze e materia , solo stringhe chiuse, nessun tachione , fermioni privi di massa con spin in entrambe le direzioni (non-chirali)
IIB	10	Supersimmetria tra forze e materia , solo stringhe chiuse, nessun tachione , fermioni privi di massa con spin in un'unica direzione (chirali)
HO	10	Supersimmetria tra forze e materia , solo stringhe chiuse, eterotiche, cioè le stringhe che si muovono verso destra differiscono da quelle che si muovono a sinistra, nessun tachione , gruppo simmetrico SO(32)
HE	10	Supersimmetria tra forze e materia , solo stringhe chiuse, eterotiche, cioè le stringhe che si muovono verso destra differiscono da quelle che si muovono a sinistra, nessun tachione , gruppo simmetrico E₈×E₈

La fisica delle particelle e le teorie di stringa sono connesse dal fatto che le particelle sono considerate particolari vibrazioni delle stringhe. Le suddette “Proprietà principali” infatti connettono insieme particelle, simmetrie e teorie di stringa, e per le simmetrie, nelle teoria di stringa HE fanno un diretto riferimento al gruppo di Lie $E_8 \times E_8$, e quindi alle connessioni 2-3 e 2-4.

Considerazioni sulla parte aritmetica

Dai brani sopra riportati, le principali connessioni sono molto evidenti. Una semplice operazione aritmetica tra piccoli numeri comune a tutte le connessioni è la **somma**. Infatti essa è sempre presente in vari modi nelle componenti matematiche 1 e 2 (numeri complessi e simmetrie), come da seguente riepilogo :

TABELLA 1

Numeri complessi e ipercomplessi

Tipi di numeri complessi	Forma	Norma
Numeri complessi	$x + iy$	$x^2 + y^2$
Quaternioni	$x + iy + jz + kw$	$x^2+y^2+z^2+w^2$
Oottonioni	$1 e_1 e_2 e_3 e_4 e_5 e_6 e_7$...
Sedenioni	$1, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14} e e_{15}$

TABELLA 2

Simmetrie (numeri di Lie, Gruppi di Lie, Numeri di Fibonacci, Partizioni di numeri)

Numeri di Lie $L(n)$ con n primo o potenza di primo	Gruppi di Lie $G(n)$	Numeri di Fibonacci $F(n)$	Partizioni di Numeri $p(n)$
Forma $L(n) = n^2+n+1 = 2T+1$ (T = numeri triangolari)	Forma $G(n) = k*L(n)$	Forma $F(n) = n^2+n+c$ con c piccolo numero	Forma $p(n) = n^2+n+c'$ con $c' \approx c$
$1^2+1+1 = 3$		(c=1) 3	(c'=1) 3
$2^2+2+1= 7$	$7*2=7 + 7 = 14$ = G2	(c=2) 8	(c'=1) 7
<u>$3^2+3+1 = 13$</u> $4^4+4+1= 21$	$13*4=13+13+13+13$ = 52 =F4 $13*6=13+13+13+13+13+13=$ 78 = E6	(c=1) 13 (c=1) 21	(c'=-1) 11 (c'=2) 22

$5^5+5+1 = 31$	$31*8 =$ $31+31+31+31+31+31+31+31=$ $248 = E8$	(c=4) 34	(c'=1) 30
$6^6+6+1 = 43$			(c'=0) 42
$7^2+7+1= 57$		(c=-1) 55	(c'=0) 56
...			
$11^2+11+1=133$	$133*1 = 133 = E7$	(c=12) 144	

...

...

...

...

Ricordiamo ora che :

2T è la **somma** dei primi n numeri pari.

2

2+4=6

2+4+6=12

2+4+6+8= 20

2+4+6+8+10= 30

... ..

con valori finali dati anche dalla formula $n^2+n = n(n+1)$
per ottenere i numeri di Lie basta **aggiungere** loro la cifra 1, e
abbiamo la:

$$L(n) = n^2 + n + 1$$

da cui poi le due varianti per F(n) e p(n) e i relativi numeri,
tutti presenti in Natura:

a) i numeri di Lie tramite i gruppi di simmetria di Lie, G(n), nel
Modello Standard e nelle Teorie di Stringa;

b) i numeri d Fibonacci, in parecchi fenomeni naturali, stringhe
comprese;

c) le partizioni di numeri , in altri fenomeni naturali (uno di noi,
Michele Nardelli, sta preparando un altro lavoro in cui sono
coinvolte le partizioni di numeri).

Infine, analogamente a come i numeri di Lie sono la **somma** dei primi n numeri pari +1, i numeri di Fibonacci sono la **somma** dei due numeri precedenti, e le partizioni di numeri sono tutti i modi in cui un numero p può scriversi come **somma** di numeri più piccoli. I **numeri primi n** sono coinvolti soltanto nei numeri di Lie (che danno luogo a gruppi di Lie solo se n è primo), e solo alcuni numeri di Fibonacci (per es. 2, **3**, 5, **13**, 89) e alcune partizioni di numeri (per esempio 2, **3**, 5, **7**, 11) sono numeri primi. (in rosso tutti i numeri primi di forma $L(n) = n^2 + n + 1$, compresi i numeri primi di Lie

TABELLA 3

Numeri primi p o loro potenze n	Numeri primi di Lie: $L(n) = n^2 + n + 1$	Numeri di Fibonacci primi	Partizioni di numeri ($p(n)$ primi)
1	3	3	3
2	7		7
3	13	13	
$4 = 2^2$	21	21	
5	31		
7	57	55	
$9 = 3^2$	91	89	
11	133		
...

Queste coincidenze iniziali tra numeri primi n , numeri primi di Lie, numeri primi di Fibonacci e numeri primi come partizioni di numeri, potrebbero avere il loro ruolo, forse non ancora del tutto noto (ma sospettabile dal fatto che sono tutti sulla parabola dei numeri di Lie, vedi successivo paragrafo sulle considerazioni geometriche), nelle teorie di fisica – matematica riguardanti la fisica quantistica e le teorie di stringa.

Ricordiamo che i numeri **7**, **13**, **31** e $133 = 7 * 19$, con i loro rispettivi multipli 2, 4 e 6, 8 e 1, sono alla base dei gruppi di Lie

$G_2 = 14$, $F_4 = 52$, $E_6 = 78$, $E_8 = 248$ ed $E_7 = 133$, e **57** è il numero di dimensioni del gruppo $E_8 = 248$, quest'ultimo molto importante per le teorie di stringa.

Quindi, tutti i numeri naturali, soprattutto **primi** o non primi (come pochi numeri iniziali numeri di Lie o di Fibonacci), e che sono alla base di parecchi fenomeni naturali, compresi alcuni che riguardano la fisica quantistica e le stringhe, si ottengono da semplici **somme**; ma anche i numeri complessi, connessi ai gruppi di Lie, sono, com'è già noto, anch'essi espressioni di **somme** ($x + iy$), connessi a loro volta a una **somma** di quadrati (la cosiddetta "norma"), vedi TABELLA 1. A proposito di quadrati, ricordiamo che la forma dell'equazione $L(n) = n^2 + n + 1$ dà numeri a metà strada tra due quadrati perfetti consecutivi, essendo la loro differenza $(n+1)^2 - n^2 = 2n + 1 = n + n + 1$, e togliendo una n rimane la sola n della suddetta equazione.

Di conseguenza anche i numeri di Fibonacci e le partizioni di numeri, essendo molto vicini ai numeri di Lie, si trovano anch'essi a circa metà strada tra due quadrati perfetti (vedi TABELLA 2)

Chissà perché la natura preferisce questa soluzione (evitare i quadrati perfetti) per regolare molti suoi fenomeni in cui sono coinvolti i numeri di Lie, i numeri di Fibonacci e le partizioni di numeri (forse per motivi di minimo sforzo, come diceva Gauss? Analogamente a come un fiume che passa tra due colline o montagne, anziché salirvi sopra e ridiscendere dall'altra parte; qui è la forza di gravità a regolare il fenomeno, attirando l'acqua verso le quote più basse prima di arrivare al mare, cioè a quota zero = livello del mare. Ma in natura cosa sarà mai a costringere i numeri che regolano altri fenomeni a passare attraverso le due colline che rappresentano due quadrati perfetti? I futuri fisici matematici potranno e dovranno risolvere anche questo problema, ora che noi lo abbiamo ben evidenziato con la suddetta equazione.

Considerazioni sulla parte geometrica

Per quanto riguarda la parte geometrica, rimandiamo ai lavori "L'equazione preferita dalla natura", PGTS parte prima e parte seconda, il "Progetto BEFZS" (tutti in sezione "Articoli sulla Fisica – Matematica), "Il piano di Fano" (in sezione "Articoli vari"). La suddetta equazione è geometricamente rappresentabile come parabola principale che dà i numeri di Lie, e due parabole quasi sovrapposte ad essa, specialmente nella parte iniziale, danno i numeri di Fibonacci e le partizioni di numeri. Inoltre, i numeri di dimensione dei cinque gruppi di simmetria di Lie, sono connessi ai solidi geometrici:

un tetraedro di misura	14
un ottaedro di misura	52
tre dodecaedri di misura	78, 133 e 248

(vedi TABELLA 2)

I gruppi di Lie, sono connessi ai numeri di Fibonacci e ai numeri di Lie proprio tramite i suddetti solidi geometrici, poichè le loro rispettive facce $F = 4, 8$ e 12 diventano numeri di Fibonacci se si aggiunge 1 a 4 e a 12, ottenendo **5** e **13** numeri di Fibonacci (l'8 centrale rimane invariato); ma anche con i rispettivi vertici 4, 6 e 20, sottraendo 1 da 4 e da 6 e aggiungendo 1 a 20, ottenendo **3, 5** e **21** numeri di Fibonacci; mentre aggiungendo 1 a tutti i loro spigoli $S = 6, 12,$ e 30 (di forma $S = 2T$ con T numeri triangolari 3, 6 e 15) si ottengono i numeri di Lie **7, 13** e **31**, che poi sono alla base dei gruppi di Lie:

$$14=2*7, \quad 52=4*13, \quad 78=6*13, \quad 133=7*19 \quad e \quad 248=8*31$$

Inoltre, l'area del dodecaedro con spigolo di lunghezza unitario è uguale a

$$\frac{15 \Phi}{\sqrt{3} - \Phi} = 20,65 \approx 21 \text{ numero di Fibonacci}$$

Il volume del dodecaedro è uguale a

$$\frac{5\Phi^2}{6 - 2\Phi} = 7,66 \approx 8 \text{ numero di Fibonacci}$$

e quindi ulteriori connessioni tra questi solidi e la sezione aurea , oltre che con i numeri di Lie e quindi anche con i gruppi di Lie e le loro simmetrie, molto importanti in natura.

“Se abbiamo un icosaedro e un dodecaedro uno dentro l’altro, come solidi duali, il rapporto tra i loro spigoli è dato da:

$$\frac{\Phi^2}{\sqrt{5}} \text{ “}$$

(dal primo volume “La sezione aurea” , pag 93, della nuova collana editoriale “Il mondo è matematico” (iniziata a gennaio 2011)

Questi cinque gruppi di Lie sono accennati nel libro di Jan Stewart “L’eleganza della verità- Storia della simmetria”, a pag. 189:

“... Sotto certi aspetti, i cinque gruppi eccezionali si stanno rivelando più interessanti della quattro famiglie infinite: ad esempio trovano importanti applicazioni nella fisica delle particelle elementari (connessione 2-3, N.d.A.A.) come vedremo. E sono uniti tra loro da un principio unificatore ancora non ben compreso (i numeri di Lie? N.d.A.A.) , che li lega ai quaternioni di Hamilton e a una loro stravagante generalizzazione, gli ottetti (o ottonioni, connessione connessione 2-1, N.d.A.A.).

Conclusioni

Possiamo concludere dicendo che alla base della fisica quantistica e della fisica delle stringhe ci sono (oltre ai **numeri complessi e ipercomplessi**) piccoli **numeri primi**, **numeri di Lie**, **numeri di Fibonacci** e **partizioni di numeri**, tutti connessi tra di loro in modi diversi, come abbiamo visto, e, soprattutto alla semplice operazione aritmetica nota come “**somma**”.

Riferimenti

Tutti gli articoli della sezione “Articoli sulla Fisica – Matematica” e “Articoli su Fibonacci” già citati in questo lavoro , e reperibili sul nostro sito www.gruppoeratostene.com

Altri siti :

<http://mathbuildingblock.blogspot.com/>

<http://xoomer.alice.it/stringtheory>

<http://rudimathematici.com/bookshelf.htm>

<http://nardelli.xoom.it/virgiliowizard/>

con tutti gli altri nostri articoli di fisica in generale e sulle teorie di stringa in particolare.