

# Altri tipi di numeri primi o connessi ai numeri primi: permutabili, gemelli, cugini, sexy; numeri perfetti, esagonali centrati, persiani amichevoli

## Introduzione

In questo lavoro parleremo brevemente di altri tipi di numeri primi: permutabili, gemelli, cugini, sexy, e di numeri in qualche modo connessi ai numeri primi (esagonali centrati, numeri perfetti), con una loro breve definizione (dall'omonima voce di Wikipedia), la loro forma numerica  $6k \pm 1$ , e qualche breve nota sulla connessione con altri tipi di numeri primi e sulla loro distribuzione media.

## NUMERI PRIMI PERMUTABILI

“Un primo permutabile è un [numero primo](#) tale che, in una data base di numerazione, qualunque [permutazione](#) delle sue cifre formi ancora un numero primo. In base 10, la sequenza dei primi permutabili inizia come segue (sequenza [A003459](#) nell'[OEIS](#)):

[2](#), [3](#), [5](#), [7](#), [11](#), [13](#), [17](#), [31](#), [37](#), [71](#), [73](#), [79](#), [97](#), [113](#), 131, 199, 311, 337, 373, 733, 919, 991

Ogni [primo repunit](#) è evidentemente un primo permutabile. In base 2, solo i repunit possono essere primi permutabili, perché ogni 0 spostato in ultima posizione genererebbe un numero pari. Ciò si può generalizzare ad ogni [sistema di numerazione](#) in base pari (come quello decimale o esadecimale): tutti i primi permutabili (eccetto, ovviamente, 2) contengono solamente cifre dispari”.

La forma numerica di due numeri primi permutabili è la stessa per entrambi:  $6k-1$ , oppure  $6k+1$ . Questo perché la somma delle loro cifre è uguale, e se questa è di forma

$3k'-1$ , la loro forma sarà di  $6k-1$ , viceversa se essa è di forma  $3k'+1$ . (Rif. 1) Per esempio 113 e 131:

la somma delle loro cifre è 5 per entrambi i numeri, e poiché 5 è di forma  $6*1-1$ , anche 113 e 131 sono di forma

$6k-1$ , infatti  $113 = 6*19-1$ ,  $131 = 6*22-1$ , e così pure 79 e 97;  $7+9 = 16 = 3*5+1$ ,  $79 = 6*13+1$ ,  $97 = 6*16+1$

Circa la loro distribuzione media, vediamo con la seguente tabella del loro numero  $p(N)$  fino a  $N = 10^n$

(p sta per permutabili)

n	$10^n$	$p(N) = p(10^n)$	stima $\sim 3 \cdot 2^n$
1	$10^1$	4	3 = $1 \cdot 2^1 = 3 \cdot 1$
2	$10^2$	13	12 = $3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4$
3	$10^3$	22	24 = $3 \cdot 2^3 = 3 \cdot 8$

Dopo di questi però ci sono solo due primi repunit rispettivamente di 19 e 23 cifre 1 (vedi sequenza OESIS A003459), e quindi la loro storia sembra proprio finire qui.

### NUMERI PRIMI GEMELLI

da Wikipedia:

“Si definiscono numeri primi gemelli due [numeri primi](#) che differiscono tra loro di [due](#). Fatta eccezione per la coppia (2, 3), questa è la più piccola differenza possibile fra due primi. Alcuni esempi di coppie di primi gemelli sono 5 e 7, 11 e 13, e 821 e 823.

Il problema dell'esistenza o meno di infiniti numeri primi gemelli è da tanti anni uno dei più grandi problemi aperti della [teoria dei numeri](#), che prende il nome di [congettura dei numeri primi gemelli](#). Vi è anche una versione più forte, la [congettura di Hardy-Littlewood](#), che postula una legge sulla distribuzione dei primi gemelli analoga al [teorema dei numeri primi](#).

Usando il suo famoso [metodo del crivello](#), [Viggo Brun](#) mostrò che il numero di

primi gemelli minori di  $x$  è  $\ll \frac{x}{\log x^2}$ . Questo risultato implica che la somma dei [reciproci](#) di tutti i primi gemelli converge (vedi [costante di Brun](#)). Ciò è in evidente contrasto con la somma dei reciproci di tutti i primi, che diverge. Egli dimostrò anche che ogni numero pari si può scrivere in infiniti modi come differenza di due numeri che abbiano entrambi al più 9 fattori primi. Il noto teorema di [Chen Jingrun](#) afferma che per ogni  $m$  pari, esistono infiniti numeri primi che differiscono di  $m$  da un numero che abbia al massimo 2 fattori primi (cioè un [semiprimo](#)).

Prima di Brun, anche [Jean Merlin](#) aveva tentato di risolvere il problema con il metodo del crivello.

Ogni coppia di primi gemelli maggiore di 3 è della forma  $(6n - 1, 6n + 1)$  per qualche [numero naturale](#)  $n$ , e, con l'eccezione di  $n = 1$ ,  $n$  deve terminare in 0, 2, 3, 5, 7, o 8.

Per il resto si rimanda alla voce di Wikipedia

Circa la forma aritmetica dei numeri primi gemelli, sono: il più piccolo,  $p$ , è di forma  $6k - 1$ , il più grande,  $p+2$ , è di forma  $6k+1$  (tranne che nella prima coppia di gemelli 3 e 5);

la somma di due primi gemelli è sempre un multiplo di 12 (sempre tranne la sola prima coppia di gemelli 3 e 5 poiché  $3 + 5 = 8$ ); per esempio,  $11 + 13 = 24 = 2*12$ , poiché  $6*1-1 + 6*1 + 1 = 6*1+6*1 = 6*2 = 12$  (perchè 1 e -1 si annullano), e più in generale,  $6k - 1 + 6k + 1 = 2*6k = 12k'$ .

Il prodotto tra due numeri gemelli (ora anche per la prima coppia di gemelli 3 e 5) è un quadrato - 1, poiché :

$$(6k - 1) * (6k + 1) = 36k^2 + 6k - 6k - 1 = 36k^2 - 1$$

Altre notizie sui gemelli sono in Rif.2 e in Rif.3.

Infine, una coppia di numeri primi gemelli (tranne la prima coppia, 3 e 5) è l'ultima coppia di Goldbach per molti numeri  $N$  multipli di 12 (la più vicina ad  $N/2$ ), poiché in tali casi  $p = N/2 - 1$  e  $p+2 = N/2 + 1$ , per esempio 59 e 61 sono l'ultima coppia di gemelli per  $2*60 = 120 = 10*12$ , con  $60 = 59+1$  e  $61-1$ )

Circa la distribuzione delle  $g(N)$  coppie di primi gemelli, vedi Rif. 3; qui riportiamo solo una semplice tabella per alcune

potenze di 10; (1,320326 è una costante):

### **TABELLA 1**

<u><math>n</math></u>	<u><math>10^n</math></u>	<u><math>g(N)</math></u>	<u>stima <math>\log. 10^n / (\text{Log}10n)^2 * 1,320326</math></u>
1	10	2	2,48
2	100	8	5,93
3	1 000	35	27,67

4	10 000	205	155,64
5	100 000	1 224	996,17
...	...	...	...

Ultima nota sui gemelli : per numeri grandi e multipli di 6, soprattutto fattoriali e primoriali, attorno ad una coppia di numeri primi gemelli ci sono più numeri primi che in zone prive di coppie di gemelli ( per esempio tra 9 999 900 e 10 000 000 ci sono ben nove numeri primi (tra i quali due coppie ravvicinate di gemelli, mentre nell'intervallo di 100 unità successive, tra 10 000 000 e 10 000 100, ci sono soltanto due numeri con un gap di 60 unità.

primi. Questo per una conseguenza della congettura di Goldbach ( le coppie di Goldbach sono simmetriche rispetto ad  $N/2$ , e una coppia di gemelli è di forma  $p = N/2 - 1$  e  $p+2 = N/2 + 1$ , e poiché fattoriali e soprattutto primoriali hanno più coppie di Goldbach rispetto ad altri numeri pari precedenti , la presenza di numeri primi attorno ad  $N/2$  è più numerosa (Rif 4).

I primordiali non sono multipli di 12, e non hanno come ultima coppia di Goldbach una coppia di gemelli, ma hanno più coppie dei fattoriali. I doppi dei primoriali invece sono multipli di 12, e possono averla, per esempio  $2*5\# = 2*30 = 60 = 5*12$ , con l'ultima coppia di Goldbach costituita dai due numeri primi gemelli  $60/2 - 1 = 29$  e  $60 /2 +1 = 31$

## NUMERI CUGINI

“ In matematica, due numeri primi cugini sono una coppia di numeri primi che differiscono di quattro; si confronti questo con i numeri primi gemelli, coppie di numeri primi che differiscono di due, e i primi sexy, coppie di numeri primi che differiscono di sei. I primi cugini (sequenze [A023200](#) e [A046132](#) in [OEIS](#)) inferiori a 1000 sono:

(3, 7), (7, 11), (13, 17), (19, 23), (37, 41), (43, 47), (67, 71), (79, 83), (97, 101), (103, 107), (109, 113), (127, 131), (163, 167), (193, 197), (223, 227), (229, 233), (277, 281), (307, 311), (313, 317), (349, 353), (379, 383), (397, 401), (439, 441), (457, 461), (487, 491), (499, 503), (613, 617), (643, 647), (673, 677), (739, 743), (757, 761), (769, 773), (823, 827), (853, 857), (859, 863), (877, 881), (883, 887), (907, 911), (937, 941), (967, 971)

Dal novembre 2005 la coppia dei più grandi primi cugini nota è  $(p, p+4)$  per

$$p = (9771919142 \cdot ((53238 \cdot 7879\#)^2 - 1) + 2310) \cdot 53238 \cdot 7879\#/385 + 1$$

Esso ha 10154 cifre ed è stato scoperto da Torbjörn Alm, Micha Fleuren e Jens Kruse Andersen. Qui 7879# denota il numero primoriale di 7879.”

Circa la forma aritmetica, essi sono : il più piccolo di forma  $6k - 1$  e il più grande di forma  $6(k + 1) + 1$ , mentre nei numeri gemelli sono rispettivamente  $6k - 1$  e  $6k + 1$ . Per esempio, come possiamo vedere dalla Tabella 2 seguente:

TABELLA 2

<u>k</u>	<u>6k - 1</u>	<u>6k</u>	<u>6k + 1</u>
1	5	6	7
2	11	12	13
3	17	18	19
4	23	24	25
...	...	...	...

Sono numeri gemelli 5 e 7, 11 e 13, 17 e 19, mentre sono **numeri cugini** 11 e 7, 17 e 13, 23 e 19, tutti con differenza 4, anziché 2 come per i numeri primigemelli. Sono invece numeri **sexy** quelli sulla stessa colonna e che differiscono di 6 (da sex in latino), e quindi 5 e 11, 11 e 17, 17 e 23 nella prima colonna e 7 e 13, 13 e 19 nella seconda colonna.

Circa la loro distribuzione, essa è simile a quella dei numeri gemelli

**TABELLA 3**

<u>n</u>	<u>10<sup>n</sup></u>	<u>numeri cugini</u>	<u>st.log. 10<sup>n</sup>/(log10<sup>n</sup>)<sup>2</sup> *1,320326</u>
1	10 <sup>1</sup>	1	2,48
2	10 <sup>2</sup>	8	5,93
3	10 <sup>3</sup>	40	27,67
...	...	...	...

Passiamo ora ai numeri primi sexy;; definizione da Wikipedia:

“In [matematica](#) due [numeri primi](#) si dicono sexy quando la loro differenza è pari a [sei](#), ovvero formano coppie di tipo:

$$(p, p + 6)$$

Se esiste un numero primo uguale a  $p + 2$  o  $p + 4$ , esso forma una [tripletta di primi](#):

$$(p, p + 2, p + 6)$$

oppure

$$(p, p + 4, p + 6)$$

Il nome di queste coppie di numeri primi deriva dalla parola [latina](#) sex (ovvero sei).

### **Esempi** [\[modifica\]](#)

Le coppie di primi sexy minori di 500 sono

(5,11),(7,13),(11,17),(13,19),(17,23),(23,29),(31,37),(37,43),(41,47),  
(47,53),(53,59),(61,67),(67,73),(73,79),(83,89),(97,103),(101,107),(103,109),  
(107,113),(131,137),(151,157),(157,163),(167,173),(173,179),(191,197),(193,199),  
(223,229),(227,233),(233,239),(251,257),(257,263),(263,269),(271,277),(277,283),

(307,313),(311,317),(331,337),(347,353),(353,359),(367,373),(373,379),(383,389),  
 (433,439),(443,449),(457,463),(461,467).

I primi ed i secondi numeri delle coppie rappresentano rispettivamente le sequenze [A023201](#) e [A046117](#) dell'[OEIS](#).

Al [novembre 2005](#) la più grande coppia di primi sexy conosciuta ( $p, p+6$ ) è rappresentata da

$$p = (48011837012 \cdot ((53238 \cdot 7879\#)^2 - 1) + 2310) \cdot 53238 \cdot 7879\#/385 + 1$$

Dove 7879# è un [primoriale](#).

P ha 10154 cifre ed è stato scoperto da Torbjörn Alm, Micha Fleuren e Jens Kruse Andersen.  
 “

Per la loro forma aritmetica, sono entrambi di forma  $6k - 1$  oppure di  $6k + 1$ , per quanto detto per i numeri cugini, vedi anche TABELLA 2.

Circa la loro distribuzione, è simile a quella dei numeri cugini e dei numeri gemelli:

#### TABELLA 4

<u>n</u>	<u><math>10^n</math></u>	<u>coppie <math>s(10^n)</math></u>	<u>stima <math>\log: s(N) = 2 N / (\log N)^2 * 1,320326</math></u>
1	$10^1$	0	4,98
2	$10^2$	15	12,45
(3	500	46	34,18
	$=10^3 / 2)$		
3	$10^3$	?	55,34

Per i numeri primi sexy, esistono delle quartine di coppie consecutive, poiché la serie è interrotta da multipli di 5.

Alcune di queste quartine sono:

**5 11 17 23** (29) Solo questa solo eccezionale quinta, poiché il 5 iniziale è primo, tutti gli altri numeri successivi che finiscono per 5 sono composti)

251 257 263 269

11 821 11 827 11 833 11 839

103 991 103 997 104 003 104 009

130 681 130 687 130 693 130 699

Tutte finiscono con le cifre 1, 7, 3, 9 poiché  $1 + 6 = 7$ ;  $7 + 6 = 13$ ;

$3 + 6 = 9$ ;  $9 + 6 = 15$  e i numeri terminanti con la cifra 5 sono composti e

interrompono la serie dei quattro numeri primi sexy consecutivi.

### NUMERI PERFETTI

#### Da Wikipedia, “numero perfetto”

Un numero si dice **perfetto** quando è uguale alla somma di tutti i suoi divisori escluso se stesso.

Ad esempio, il numero 28, divisibile per 1, 2, 4, 7, 14 è un numero perfetto ( $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$ ): lo stesso per 6 che è divisibile per 1, 2 e 3.

$$6 = 1 + 2 + 3$$

$$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$$

I numeri perfetti furono inizialmente studiati dai [pitagorici](#). Un teorema enunciato da Pitagora e dimostrato da [Euclide](#) rivelò che se  $2^{n+1} - 1$  è un [numero primo](#), allora  $2^n \cdot (2^{n+1} - 1)$  è perfetto. Successivamente [Eulero](#) dimostrò che tutti i numeri perfetti pari devono essere di tale forma.

Esempio:  $6 = 2^1 \cdot (2^2 - 1)$

Da questo risulta che ogni numero perfetto pari è necessariamente:

- un [numero triangolare](#), visto che si può scrivere

$$2^n(2^{n+1} - 1) = \frac{(2^{n+1} - 1)(2^{n+1} - 1 + 1)}{2} = \frac{k(k + 1)}{2}$$

- un [numero esagonale](#), visto che si può scrivere

$$2^n(2^{n+1} - 1) = 2^{2n+1} - 2^n = 2k^2 - k$$

I primi 10 numeri perfetti sono:

- [6](#)

- [28](#)
- [496](#)
- [8128](#)
- 33.550.336 (8 cifre)
- 8.589.869.056 (10 cifre)
- 137.438.691.328 (12 cifre)
- 2.305.843.008.139.952.128 (19 cifre)
- 2.658.455.991.569.831.744.654.692.615.953.842.176 (37 cifre)
- 191.561.942.608.236.107.294.793.378.084.303.638.130.997.321.548.169.216 (54 cifre)

L'undicesimo numero perfetto è composto da 65 cifre, il dodicesimo da 77 e il tredicesimo da ben 279 cifre. A tutt'oggi (giugno 2009) si conoscono solo 47 primi di Mersenne, e quindi 47 numeri perfetti<sup>[1]</sup>. Il più grande tra questi è  $2^{43,112,608} \times (2^{43,112,609} - 1)$ , formato in base 10 da 25.956.377 cifre.

I primi 39 numeri perfetti sono sicuramente esprimibili come  $2^n(2^{n+1} - 1)$  con:

$n = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 89, 107, 127, 521, 607, 1279, 2203, 2281, 3217, 4253, 4423, 9689, 9941, 11213, 19937, 21701, 23209, 44497, 86243, 110503, 132049, 216091, 756839, 859433, 1257787, 1398269, 2976221, 3021377, 6972593, 13466917$  (Sequenza [A000043](#) dell'[OEIS](#)).

Si conoscono altri 8 numeri perfetti maggiori, con

$n = 20996011, 24036583, 25964951, 30402457, 32582657, 37156667, 42643801, 43112609$ .

Tuttavia non si è ancora verificato se ve ne sono altri in mezzo.

Non si sa se i numeri perfetti continuino all'infinito né se esistono numeri perfetti dispari, però tutti i numeri perfetti pari terminano con 6 oppure con 8.

Infatti da  $2^n \cdot (2^{n+1} - 1)$  si ha che:

$2^n$  è pari e termina 2, 4, 8, 6;

$(2^{n+1} - 1)$  è dispari e termina per 3, 7, 5, 1.

Il valore '5' va scartato in quanto cadrebbe l'ipotesi di primalità, quindi le coppie che rimangono sono (2,3), (4,7) e (6,1), i cui prodotti danno i numeri 6 ed 8, finali di ogni numero perfetto

Se la somma dei divisori è maggiore del numero, esso si dice abbondante, se risulta minore, verrà chiamato difettivo.

Benché esistano infiniti numeri *lievemente difettivi*, cioè difettivi solo per un'unità, ad esempio 4, i cui divisori sono 1 e 2, la cui somma è uguale a 3, nessuno è ancora riuscito a trovare numeri *lievemente abbondanti*.

Più in generale, i numeri *lievemente difettivi* sono uguali a:

$$2^n \cdot 2^{n+1} \text{ "}$$

Una nostra novità è che i numeri perfetti sono di forma  $6k - 2$ ,

tranne il 6 iniziale: infatti,  $28 = 30 - 2 = 6 \cdot 5 - 2$ ,

$$496 = 498 - 2 = 6 \cdot 83 - 2$$

$$8128 = 8130 - 2 = 6 \cdot 1355 - 2$$

$$33\ 550\ 336 = 33\ 550\ 338 - 2 = 6 \cdot 5591723 - 2$$

....      ...      ...      ....

Un lavoro sui numeri perfetti è sul mathblog dell'Ing. Rosario

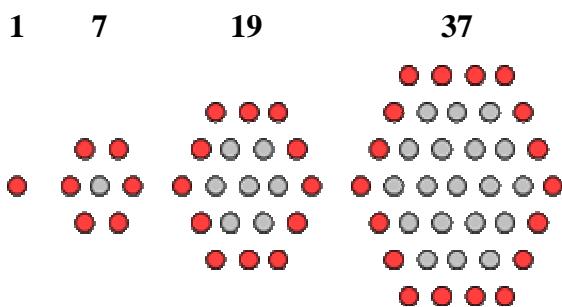
Russo, al sito

<http://MATHBuildingBlock.blogspot.com> (vedi sezione link sul nostro sito), sabato 1 maggio 2010, con il titolo “Parti aliquote e successione aliquote”).

### NUMERI ESAGONALI CENTRATI

Da Wikipedia, Numero esagonale centrato:

“Un numero esagonale centrato è un [numero poligonale centrato](#) che rappresenta un [esagono](#) con un punto al centro e gli altri punti che lo circondano.



L'*n*-esimo numero esagonale centrato è dato dalla formula

$$1 + 3n(n - 1).$$

Esprimendo la formula nella forma

$$1 + 6 \left( \frac{1}{2} n(n - 1) \right)$$

si mostra come il numero esagonale centrato per  $n$  è 6 volte l' $(n-1)$ -esimo [numero triangolare](#) più 1.

I primi numeri esagonali centrati sono

[1](#), [7](#), [19](#), [37](#), [61](#), [91](#), 127, [169](#), 217, 271, 331, 397, 469, 547, 631, 721, 817, 919

Si è verificato che la somma dei primi  $n$  numeri esagonali centrati è  $n^3$ . Questo significa che le somme dei primi  $n$  numeri esagonali centrati e i [cubi](#) sono gli stessi numeri, ma rappresentano forme diverse. Visti da un'altra prospettiva, i numeri esagonali centrati sono le differenze tra due cubi consecutivi. I numeri esagonali centrati [primi](#) sono [primi cubani](#).

La differenza tra  $(2n)^2$  e l' $n$ -esimo numero esagonale centrato è un numero nella forma  $n^2 + 3n - 1$ , mentre la differenza tra  $(2n - 1)^2$  e l' $n$ -esimo numero esagonale centrato è un [numero oblungo](#).

### **Nostre osservazioni:**

Detti  $T$  i numeri triangolari, i numeri esagonali centrati sono di forma

$6T + 1$ , e molti di essi sono numeri primi, per esempio 7, 19, 37, 61, 169 ... e

sono anche primi cubani (vedi Rif. 5) e alcuni di essi sono connessi alle

frequenze di vibrazioni delle stringhe (Rif. 6)

### **Persiani amichevoli**

Un altro tipo di numeri connessi con i numeri primi sono i persiani

amichevoli. Ne parla il nostro collaboratore Ing. Rosario Turco nel suo

blog matematico (vedi paragrafo sui numeri perfetti), che in parte

riportiamo:

#### **"Persiani amichevoli**

Esiste un legame tra numeri primi e numeri amicabili? Abbiamo visto che i numeri primi hanno solo due divisori diversamente da una coppia di numeri amicabili.

Un quesito: Un numero amicabile è solo pari? Sapreste dimostrare se è vero o falso?

Mentre meditate, vi dico che sicuramente un numero amicabile è composto, perchè ammette un numero di divisori maggiore di 2 e, quindi, scomponibile in numeri primi.

Altra domanda: dati tre numeri primi  $p, q, r$  possiamo ottenere dei numeri amicabili?

Al-Faris, vissuto in Persia attorno al 1300, nel suo testo sulle coppie amicabili, fornì la coppia  $(2^k)pq, (2^k)r$ , che è amicabile se e solo se:

$$p = (3 \cdot (2^{k-1})) - 1,$$

$$q = (3 \cdot (2^k)) - 1$$

$$r = 9 \cdot (2^{2k-1}) - 1$$

sono tutti numeri primi, per  $k$  maggiore o uguale a 2.

È evidente, per la definizione di Al Faris su come trovare i numeri amicabili tramite tre primi, che si tratta di potenze di 2 (pari) moltiplicate per dei dispari, il cui risultato è obbligatoriamente un pari.

Se si fissa  $k=2$ , si ottiene ad esempio  $p=5, q=11, r=71$  tutti primi e quindi la coppia amicabile 220 e 284.

Per vedere quali coppie di numeri sono amichevoli con  $p, q, r$  primi è possibile scrivere un programmino in PARI/GP o in MAXIMA. In realtà si potrebbe tentare anche di risolvere un sistema di equazioni.

Il metodo di Al-Faris però non dà tutte le coppie di numeri amicabili, ma solo quelle ottenibili con le condizioni di cui sopra (vedi lista amichevoli noti <http://amicable.homepage.dk/knwnc2.htm>).

Ad esempio sono amichevoli anche le coppie (1184, 1210) (2620, 2924) (5020, 5564) (6232, 6368) che storicamente furono trovate da Eulero. Oggi il totale di coppie note, grazie ai computer è notevole: un totale di circa 11994387 coppie e si continua a trovarne altre...."

### Conclusione

Con i numeri persiani amichevoli concludiamo questo lavoro divulgativo su alcuni altri tipi di numeri primi o di numeri connessi ai numeri primi. Una migliore conoscenza di tali numeri (oltre che di quelli già oggetto di altri articoli, in sezione "Articoli sui numeri primi"), può essere di aiuto nella ricerca di soluzione per alcune congetture che riguardano i numeri primi.

Per esempio, la nostra dimostrazione della congettura di Legendre ci ha aiutato di recente per dimostrare la congettura di Andrica (Vedi "Articoli sui numeri primi" e di conseguenza anche

quella di Cramer -Shank (Vedi in "Articoli sulla Teoria dei numeri")

## Riferimenti

- 1) Conservazione della forma e del segno anche nei numeri semiprimi" in Sezione "Articoli vari"
- 2) " I numeri primi gemelli e l'ipotesi di Riemann Generalizzata ", in sezione "Articoli su Riemann"
- 3) "Una breve nota sui numeri gemelli" dell'Ing. Cristiano Teodoro, in sezione "Articoli sui numeri primi"
- 4) "Abbondanza di Goldbach", in sezione "Articoli su Goldbach"
- 5) "I numeri primi cubani", in sezione "Articoli sui numeri primi" del nostro sito.
- 6) "PGTS", prima e seconda parte, in sezione "Articoli di Fisica Matematica"

Caltanissetta 1.7.2010